

1. Legyenek $A, B \in K^{n \times n}$. Előadáson volt: ha A és B hasonló, akkor karakterisztikus polinomjaik egyenlőek: $k_A(\lambda) = k_B(\lambda)$.
 - (a) Igazoljuk, hogy az előző állítás diagonalizálható mátrixokra megfordítható: ha A, B **diagonalizálható** és $k_A(\lambda) = k_B(\lambda)$, akkor A és B hasonló.
 - (b) Ellenőrizzük, hogy az $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok karakterisztikus polinomja megegyezik, de A, B mégsem hasonló.
2. Legyen $A = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$. Mutassuk meg, hogy A nem diagonalizálható $\mathbb{R}$ felett. Diagonalizálható-e $\mathbb{C}$ felett? Számítsuk ki A (pozitív egész kitevős) hatványait.
3. diagonalizálható-e $\mathbb{R}$ illetve $\mathbb{C}$ felett az $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix?
4. Határozzuk meg a következő $(k \times k)$ -as mátrix karakterisztikus polinomját:
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_{k-1} \end{pmatrix}.$$
5. (Esetleg a jövőhéten) oldjuk fel a következő lineáris rekurziót: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ és ha $n \geq 2$, akkor $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$.