

1. Legyen $x \in \mathbb{R}^+$ és $d \in \mathbb{N}$. Mutasd meg, hogy azon n egészek száma, amelyek oszthatók d -vel és nem nagyobbak x -nél pontosan $\left\lfloor \frac{x}{d} \right\rfloor$.
 2. Mutassuk meg, hogy minden olyan 6-jegyű szám amit egy 3-jegyű szám „megduplázásával” kapunk osztható 91-el. Például ha a háromjegyű számunk 123, akkor $123123 = 1353 \cdot 91$.
 3. Mutassuk meg, hogy minden pozitív egész n -re teljesül: $133|11^{n+1} + 12^{2n-1}$.
 4. Számoljuk ki $p(x) = x^5 - 3x^2 + x + 3$ értékét $x = 5$ -tel a Horner-módszer segítségével!
 5. Váltssuk át 26-ot 16, 8, 4, 2, 5, 26 alapú számrendszerbe!
 6. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal $(288, 204)$ -et, és állítsuk elő a legnagyobb közös osztót $288x + 204y$ alakban alkalmas $x, y \in \mathbb{Z}$ -vel.
 7. Megoldhatók-e az alábbi diofantoszi egyenletek? Ha igen, adjuk meg az összes megoldásukat, illetve az összes nemnegatív megoldásukat!
 - (a) $288x + 204y = 182$,
 - (b) $288x + 204y = 3000$.
 8. * a) Mutasd meg, hogy $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}$ egy gyűrű a szokásos műveletekkel!
b) Az alábbiak közül melyek egységek $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ -ben? $\sqrt{2}, 3 - 2\sqrt{2}, 2 + 3\sqrt{2}$.
-
9. Mutasd meg, hogy minden n, a, b pozitív egész számra teljesül: $\left\lfloor \frac{n}{ab} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{n}{a} \right\rfloor}{b} \right\rfloor$.
 10. Mutasd meg, hogy ha 23 osztja $5a + 9b$ -t valamely a, b egészekre, akkor 23 osztja $3a + 10b$ -t is!
 11. Mi az 120201_3 szám 10-es számrendszerbeli alakja?
 12. Váltsd át 2025 -t 2, 8 és 16 alapú számrendszerbe!
 13. Add meg az alábbi egyenletek egész és természetes megoldásainak halmazát!
 - a) $288x + 204y = 1$,
 - b) $288x + 204y = 30$ és
 - c) $288x + 204y = 300$.