

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legyen $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Vonj köbgyököt A -ból, azaz add meg az összes olyan $X \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ mátrixot, melyre $X^3 = A$. Részletesen indokold meg, hogy valóban megadtad az összes lehetséges X -et.

2. Határozd meg a $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ mátrix spektrálfelbontását.

3. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 10 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Mutasd meg, hogy az A mátrixnak van sajátértéke a valós $[6, 14]$ intervallumban.