

1. Feladatlap

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legkevesebb hány tagja van az $f(x, y, z) = xy^3z - 2x^2y^3 + \dots$ szimmetrikus polinomnak?
2. Mely c egészekre van az $x^3 + 2x^2 + cx + 4$ polinomnak racionális gyöke?
3. Irreducibilis-e $\mathbb{Q}$ illetve $\mathbb{Z}$ fölött a $6x^4 - 12x^2 + 6x - 4$ polinom?
4. Legyen R tetszőleges kommutatív, egységelemes gyűrű, és legyen $\alpha : R[x] \rightarrow R[x]$ az a függvény, amely minden polinomhoz a reciprok-polinomját rendeli:

$$\alpha(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n.$$

Igazold, hogy α izomorfizmus.

5. Add meg a síkon az $y = x$ egyenesre való tükrözésnek, mint lineáris leképezésnek a mátrixát (a sztenderd bázisban).
6. Legyen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, és legyenek $f_0 = 0, f_1 = 1, f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ a Fibonacci-számok. Igazold, hogy minden pozitív egész n -re

$$A^n = \begin{pmatrix} f_{n-1} & f_n \\ f_n & f_{n+1} \end{pmatrix}.$$

Számold ki A^2 determinánsát is.

7. Döntsd el, hogy az $[1, 2, -3], [2, 0, 1], [4, 4, -5]$ vektorok lineárisan függetlenek-e.

Megjegyzések.

1. A 2. ZH anyaga az, ami a 6.-11. hét között (2025 okt. 13-tól nov. 17-ig) előadáson és gyakorlaton elhangzott/elhangzik. Harmadfokú egyenletek megoldása Cardano-képletekkel NEM lesz a ZH-ban (elhiszem, hogy be tudnál helyettesíteni). A ZH-ban lehetnek olyan típusú feladatok, melyek ebben a mintaZH-ban nem szerepelnek.
 2. A minta-ZH feladatai mind újak, hogy legyen muníció gyakorolni.
 3. A ZH-ban az alább felsorolt házi feladatok (közeli variánsai) közül szerepelni fog 3 darab:
-
6. Adag: 1., 2., 3., 5., 6., 7. feladatok;
 7. Adag: 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 8. Adag: 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 9. Adag: 1., 2., 3., 5., 6., 7. feladatok;
 10. Adag: 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 11. Adag: 1., 2., 3., 4., 5. feladatok.

2. Feladatlap

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Add meg elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként: $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$.
2. Legyen R kommutatív, egységelemes gyűrű és legyen $f \in R[x]$. Mutasd meg, hogy ha $f(x^2)$ irreducibilis $R[x]$ -ben, akkor f is az.
3. Hány darab irreducibilis tényező szorzatára bomlik az $f(x) = -6x^3 + 6x^2 - 12$ polinom $\mathbb{Q}[x]$ -ben, $\mathbb{Z}[x]$ -ben, $\mathbb{R}[x]$ -ben, illetve $\mathbb{C}[x]$ -ben? (A felbontásokat nem kell megadni.)
4. Legyen R tetszőleges kommutatív, egységelemes gyűrű. Igazold, hogy tetszőleges $f, g, h \in R[x]$ -re

$$(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$$

(ahol pl. f' az f deriváltja).

5. Legyen $n, m \in \mathbb{N}$, legyen K test, és legyen $\alpha : K^{n \times m} \rightarrow K^{m \times n}$, $\alpha(A) = A^T$. Igazold, hogy α lineáris leképezés.
6. Legyenek $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$. Add meg az $AX = B$ mátrixegyenlet összes megoldását (itt tehát X egy 2×2 -es ismeretlen mátrix).
7. Primitív polinom-e az $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & x & 0 \\ 0 & -1 & x \end{pmatrix}$ mátrix determinánsa?

Megjegyzések (pontosan ugyanazok, mint az előző oldalon).

1. A 2. ZH anyaga az, ami a 6.-11. hét között (2025 okt. 13-tól nov. 17-ig) előadáson és gyakorlaton elhangzott/elhangzik. Harmadfokú egyenletek megoldása Cardano-képletekkel NEM lesz a ZH-ban (elhiszem, hogy be tudnál helyettesíteni). A ZH-ban lehetnek olyan típusú feladatok, melyek ebben a mintaZH-ban nem szerepelnek.
 2. A minta-ZH feladatai mind újak, hogy legyen muníció gyakorolni.
 3. A ZH-ban az alább felsorolt házi feladatok (közeli variánsai) közül szerepelni fog 3 darab:
-
6. Adag: 1., 2., 3., 5., 6., 7. feladatok;
 7. Adag: 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 8. Adag: 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 9. Adag: 1., 2., 3., 5., 6., 7. feladatok;
 10. Adag: 2., 3., 4., 5., 6., 7. feladatok;
 11. Adag: 1., 2., 3., 4., 5. feladatok.