BME Közlek. Kar, Matematika B4 ZH, 1. rész
2007 Május 14.

1. Hány módon állíthatunk össze egy 7-gombócos fagylaltkelyhet 3 féle fagylaltból, ha azt akarjuk, hogy a kehelyben ne forduljon elő mind a 3 féle fagylalt ?

(10 pont)

2. Egymástól függetlenül, egyenletes eloszlás szerint választunk egy ξ véletlen számot a $[-1, 1]$ intervallumból és egy η számot az $[0, 2]$ intervallumból. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az $1 + i\xi$ és $\eta + i\xi$ komplex számok szorzatának nemnegatív a valós része?

(9 pont)

3. Függetlenek-e az A és B események, ha $P(B) = 0,4$, $P(AB) = 0,3$ és $P(\overline{A} \cdot \overline{B}) = 0,5$?

(9 pont)

4. Aladár horgászni ment. A tóban élő halak 10 százaléka harcsa, 40 százaléka ponty és 50 százaléka csuka. Aladárnak legfeljebb 4 hal kifogására van engedélye, és addig marad, míg ki nem fogja az első harcsát (tehát nem használja ki a keretét, ha a 4. próbálkozás előtt harcsát is fog, illetve, ha nem fog harcsát, a 4. hal kifogása után akkor is haza kell jönnie). Mi a valószínűsége, hogy pontosan 3 halat fogott, ha tudjuk, hogy zsákmányában pontosan 1 darab ponty van?

(13 pont)

5. Béla örökös tag az előző feladatban szereplő horgászegyletben, tehát ő akárhány halat kifoghat. Béla is $0,1$ valószínűséggel fog harcsát, és $0,4$ valószínűséggel pontyot. Béla addig marad, míg ki nem fogja az első harcsát. Határozzuk meg a Béla által kifogott halak várható számát.

(11 pont)

6. Egy hivatalban a várakozási idő valószínűségi változó 15 perc várható értékkel.

(a) Adjunk becslést a Markov-egyenlőtlenséggel arra, hogy több, mint 45 percet kell várnunk.

(b) Mennyi a valószínűsége, hogy 30 percnél többet kell várnunk, ha tudjuk, hogy a várakozás idejének megfelelő valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0, \\ \dfrac{e^{-x/15}}{15} & \text{különben.} \end{cases}$$

(3+5 pont)