MATEMATIKA B3 vizsgakérdések, 2008 ősz
(Zárójelben a kötelező bizonyítások témái szerepelnek.)

1. Térgörbék és felületek definíciója. Görbementi és felületmenti integrálok definíciója és kiszámításuk. (Bizonyításvázlat: a görbementi integrál kiszámítása).
2. Rotáció, divergencia definiciója és kiszámításuk. (Ha a megfelelő parciális deriváltak folytonosak, akkor rot(grad(v))=0.)
3. Homotóp görbék és felületek. Zárt görbék és felületek. Integrálredukciós tételek: Gauss-Osztrogradszkij, Stokes, Green. (Green tételének bizonyítása Stokes tételéből).
4. Végtelen sorok: részletösszegek, konvergencia, abszolut konvergencia. Majoráns-, és minoráns-kritérium. (Mértani sor konvergenciája).
5. Integrálkritérium. Leibniz-típusú sorok és konvergenciájuk. Gyökkritérium és hányadoskritérium. (Gyökkritérium.)
6. Függvénysorozat, függvénysor és hatványsor fogalma. Hatványsor konvergenciaköre: Hadamard-tételek. Konvergens hatványsor integrálása, deriválása (Konvergens hatványsor tagonként deriválható).
7. Taylor-polinom, Taylor-formula és Taylor-sor fogalma. Elégséges feltétel arra, hogy egy függvény megegyezzen Taylor-sora összegével. (A sin Maclaurin-sora, konvergenciája).
8. Periodikus függvények távolsága és skaláris szorzata. Ortogonális és ortonormált függvényrendszerek. A trigonometrikus Fourier-sor definíciója, elégséges feltétel arra, hogy egy függvény megegyezzen Fourier-sora összegfüggvényével. Fourier-együtthatók meghatározása páros és páratlan függvények esetén, a periódus szerepe. (Adott függvényhez legközelebbi elem véges sok ortonormált függvény által generált altérben.)
9. A sin, cos, exp... kiterjesztése komplex számokra. Komplex hatványozás és logaritmus (Az exponenciális függvény tulajdonságai: $e^{z+w}=e^z e^w$, Euler-összefüggés, periodicitás.)
10. Komplex függvények valós és képzetes része, folytonossága, deriválhatósága. Harmónikus társak, harmónikus függvények. (Cauchy-Riemann egyenletek).
11. Komplex integrál definíciója és alaptulajdonágai: linearitás, út megfordítása, utak összefűzése. Komplex integrál kiszámítása. Reguláris függvények. (Cauchy alaptétele: vázlatosan: az általános eset visszavezetése háromszögekre, részletesen: Goursat-lemma)
12. Integrálfüggvény, primitívfüggvény, kapcsolatuk. Riemann-lemma. Cauchy Integrál-formulái (az első integrálformula bizonyítása).
13. (Körlemezen reguláris komplex függvény egyenlő Taylor-sorának összegével.) Laurent-sorok, körgyűrűn regularis függvények sorfejtései. Reziduum, reziduum-tétel.
14. Laplace-transzformáció definíciója, linearitása. Konvolúció-tétel, hasonlósági tétel (a derivált Laplace-transzformáltja).
15. Differenciálegyenletek osztályozása, kezdeti értek probléma. Cauchy-Peano Egzisztenciatétel, Lipschitz-feltétel, Picard-Lindelöf unicitástétel (elégséges feltétel a Lipschitz-feltétel teljesülésére).
16. Szeparábilis d.e. fogalma, megoldási módja. Homogén és inhomogén elsőrendű lineáris d.e. és megoldási módja. Hiányos másodrendű d.e. megoldási módjai (a módszer helyességének vázlata az „x hiányzik” esetben).
17. Egzakt d.e. fogalma, megoldási módja. Kapcsolat az impicit módon adott függvények deriválásával. Egzakttá tétel: multiplikátorok (csak x-től függő multiplikátor előállítása).
18. Lineáris d.e. fogalma. Homogén eset: (a megoldások vektorteret alkotnak), a megoldás-tér dimenziója, alaprendszer, alaprendszer előállítása állandó együtthatós esetben.
19. Inhomogén lineáris d.e. és megoldáshalmaza ($Y_{iá} = Y_{há} + Y_{ip}$). A partikuláris megoldás előállítása az állandók variálásával és próbafüggvényekkel.
20. Euler-féle d.e., és megoldási módja (az ekvivalens állandó együtthatós egyenlet levezetése másodrendű esetben). A rezgő húr egyenlete, kezdeti feltételek, a megoldás vázlata a két közönséges d.e. előállításáig.