Kombinatorika és gráfelmélet II

Zárthelyi, 2021. november 17, 10.15-11.45

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

Jó munkát!

1. Adott n (különböző) pont a síkon, ezek megfelelnek a G gráf csúcsainak. Két csúcs akkor és csak akkor van összekötve G-ben, ha a megfelelő pontok által meghatározott egyenes vízszintes vagy függőleges. Bizonyítsuk be, hogy G perfekt.

2. G egy 6 csúcsú gráf, amely két háromszög diszjunkt uniója. Határozzuk meg G összes absztrakt duálisát!

3. Adjunk meg olyan G gráfot, amelyre $\chi(G) = 3$, $ch(G) = 4$.

4. a. Bizonyítsuk be, hogy létezik egy R szám a következő tulajdonsággal. Akárhogyan színezzük ki a K_R teljes gráf éleit 3 színnel, található olyan háromszög, amelynek az élei legfeljebb két különböző színnel vannak színezve.
b. Határozzuk meg a legkisebb ilyen tulajdonságú R számot.

5. Legyen G egy 7 pontú gráf, amely egy K_5 és egy él diszjunkt uniója. Határozzuk meg $ex(G, 100)$ értékét.

6. $\mathcal{F} \subseteq 2^{[10]}$, és tudjuk, hogy ha $A, B \in \mathcal{F}$ akkor $A \cap B \neq \emptyset$, és ha $A, B, C \in \mathcal{F}$ különböző halmazok, akkor $A \cap B \cap C = \emptyset$. Bizonyítsuk be, hogy $|\mathcal{F}| \leq 5$.