

Kombinatorika és gráfelmélet I
Pótnyelthelyi, 2020. május 22, 9.00-12.00

A megoldásokat küldjék el 12.00 előtt a **geza@renyi.hu** címre! Kérem, olvashatóan írjanak, aki kézzel, az viszonylag nagy betűkkel és mindenki minden oldalra írja rá a nevét!

Minden írott anyag használható.

Az aláíráshoz 40%-ot kell elérni. Jó munkát!

1. A G teljes gráf csúcsai v_1, v_2, \dots, v_n , $n \geq 2$. Minden i, j -re ($1 \leq i < j \leq n$) a $v_i v_j$ él súlya $1/(i + j)$.

a. Határozzuk meg a minimális összsúlyú feszítőfa összsúlyát.

b. Határozzuk meg a minimális összsúlyú feszítőfák számát.

2. A $K_{2,100}$ teljes páros gráfhoz minimálisan hány élt kell hozzávenni, hogy a kapott gráfnak legyen Hamilton köre?

3. A G, s, t, c hálózatban 100 él van és minden él $c(e)$ kapacitására $1 \leq c(e) \leq 2$. A maximális folyam nagysága m . Ha minden él kapacitását megnöveljük 2-vel, akkor a maximális folyam nagysága 60. Bizonyítsuk be, hogy $20 \leq m \leq 30$.

4. A G gráf csúcsai v_1, v_2, \dots, v_{100} , v_i és v_j , $1 \leq i < j \leq 100$, akkor és csak akkor van összekötve, ha $i \cdot j$ osztható 10-zel. Határozzuk meg $\lambda(G)$ -t, G élösszefüggőségi számát.

5. G -nek 100 csúcsa van. Tudjuk, hogy $\tau(\overline{G}) = 4$. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) \geq 96$.

$\chi(G)$ G kromatikus száma, \overline{G} G komplementere, $\tau(G)$ a lefogó pontok minimális száma G -ben.

6. A G 12 csúcsú gráf csúcsai $v_{i,j}$, $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq j \leq 6$. A $v_{i,j}$ és $v_{k,l}$ csúcsok akkor és csak akkor vannak összekötve, ha $i \neq k$ és $j \neq l$.

Bizonyítsuk be, hogy G nem síkgráf.