

Kombinatorika és gráfelmélet 1.

10. gyakorlat, 2020. április 20-24.

Élszínezés

Tudnivalók

$L(G)$: G élgráfja, csúcsai G éleinek felelnek meg, két csúcs össze van kötve akkor és csak akkor, ha a megfelelő éleknek G -ben van közös végpontja.

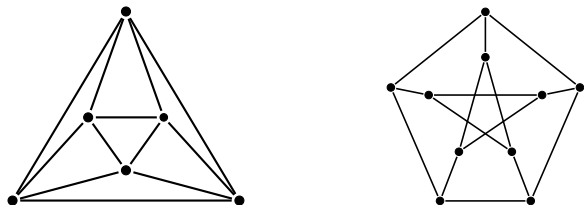
$\chi'(G) = \chi_e(G)$: G élkromatikus száma, G éleinek a kiszínezéséhez szükséges színek minimális száma. (Úgy, hogy bármely két közös végpontú él különböző színű.) Nyilván $\chi'(G) = \chi_e(G) = \chi(L(G))$.

Minden G gráfra $\Delta(G) \leq \chi'(G)$.

Vizing tétel: Minden G egyszerű gráfra $\Delta(G) \leq \chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$.

Kőnig tétel: Ha G páros gráf, akkor $\Delta(G) = \chi'(G)$.

1. Legyen G olyan 3-reguláris egyszerű összefüggő gráf, melyben van elvágó él (azaz olyan él, melyet elhagyva a gráf több komponensre esik). Mutassuk meg, hogy ekkor $\chi'(G) = 4$.
2. Tegyük fel, hogy G egyszerű, 8-reguláris, 2009 pontú gráf. Határozzuk meg a $\chi'(G)$ élkromatikus számot.
3. Határozzuk meg a K_n teljes gráf $\chi'(K_n)$ élkromatikus számát.
4. Határozzuk meg annak a gráfnak a kromatikus és élkromatikus számát, amit egy $2n$ pontú körből úgy kapunk, hogy behúzzuk az n átmérőt.
5. Legyen $n \geq 2$. Mennyi az n csúcsú teljes gráf élgráfjának a komplementerének $\chi(\overline{L(K_n)})$ kromatikus száma?
6. Mennyi az ábrán látható gráfok élkromatikus száma?



Házi feladatok

1. Tegyük fel, hogy az egyszerű G gráf r -reguláris, összefüggő, de van olyan pontja (elvágó pont), melyet elhagyva a gráf szétesik. Igazoljuk, hogy $\chi'(G) = r + 1$.
2. Mutassunk minden $D \geq 1$ számhoz olyan G gráfot, amelyre $\Delta(G) = D$ és $\chi'(G) = D$.
3. Mutassunk minden $D \geq 2$ számhoz olyan G gráfot, amelyre $\Delta(G) = D$ és $\chi'(G) = D + 1$.