

1. Aláíráspótló ZH, 2019. május 24. 8.15-9.45, T 601/2

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

1. Hány olyan fa van a v_1, v_2, \dots, v_{100} csúcsokon, amelyben $d_1 + d_2 + d_3 = 20$? (d_i a v_i csúcs fokszáma)

2. A $G(V, E_1)$ gráfban van Euler kör. Az $F(V, E_2)$ gráf pedig egy fa. Az E_1 és E_2 élhalmazok diszjunktak. Bizonyítsuk be, hogy a $H(V, E_1 \cup E_2)$ gráfban nincs Euler kör.

3. Legyen $p, q \geq 1$. A $K_{p,q}$ teljes páros gráf egyik osztályában p , a másik osztályában q csúcs van és a két osztály között az összes (pq) él be van húzva.

Határozzuk meg, hogy milyen (p, q) , $p, q \geq 1$ számpárookra van a $K_{p,q}$ gráfban Hamilton út.

4. A K_{100} teljes gráf csúcsai v_1, v_2, \dots, v_{100} , a $v_i v_j$, ($1 \leq i, j \leq 100$) él súlya $c(i, j) = 2^{i+j}$.

Határozzuk meg az összes minimális összsúlyú feszítőfát.

5. A $G(s, t, c)$ hálóztában a maximális st folyam nagysága 100. Ha minden él kapacitását megnöveljük 1-gyel, akkor a maximális st folyam nagysága 200-ra nő. Bizonyítsuk be, hogy a $G(s, t, c)$ hálóztában van olyan él, amelynek a kapacitása legfeljebb 1.

6. G csúcsai $v_{i,j,k}$, $1 \leq i, j, k \leq 4$. A $v_{i,j,k}$ és $v_{i',j',k'}$ csúcsok össze vannak kötve, akkor és csak akkor, ha $|i - i'| + |j - j'| + |k - k'| = 1$. Határozzuk meg G pontösszefüggőségi számát, $\kappa(G)$ -t.

2. Aláíráspótló ZH, 2019. május 24. 8.15-9.45, T 601/2

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, **NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közben történő együttműködés.

Segítség: $\tau(G)$: lefogó pontok minimális száma, $\nu(G)$: független élék maximális száma, $\rho(G)$: lefogó élék minimális száma, $\alpha(G)$: független pontok maximális száma, $\omega(G)$: klikkszám, $\chi(G)$: kromatikus szám, $\chi'(G)$: élkromatikus szám, $\kappa(G)$: pont-összefüggőségi szám, $\lambda(G)$: él-összefüggőségi szám.

1. a. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges G síkgráfra $\kappa(G) \leq 5$.
- b. Mutassunk olyan G síkgráfot, amelyre $\kappa(G) \geq 3$.

2. G csúcsai $v_{i,j,k}$, $1 \leq i, j, k \leq 4$. A $v_{i,j,k}$ és $v_{i',j',k'}$ csúcsok össze vannak kötve, akkor és csak akkor, ha $|i - i'| + |j - j'| + |k - k'| = 1$. Határozzuk meg az $\alpha(G)$, $\rho(G)$, $\tau(G)$, $\nu(G)$ értékeket.

3. A H egyszerű gráfnak $n \geq 3$ csúcsa van és nincs benne háromszög (három csúcs, amelyek között mind a három él be van húzva). Bizonyítsuk be, hogy $\omega(H) + \Delta(H) \leq n + 1$.

4. Határozzuk meg a 2. feladatban szereplő G gráf élkromatikus számát, $\chi'(G)$ -t.

5. A K egyszerű gráfnak n csúcsa van, $n \geq 4$ és páros. K -ban akárhogyan tekintünk 3 csúcsot, a lehetséges három él közül legalább 2 be van húzva. Bizonyítsuk be, hogy K -ban van teljes párosítás.

6. A $G(V, E_1)$ gráf síkgráf, az $F(V, E_2)$ gráf pedig egy fa. Bizonyítsuk be, hogy a $H(V, E_1 \cup E_2)$ gráfra $\chi(H) \leq 8$.