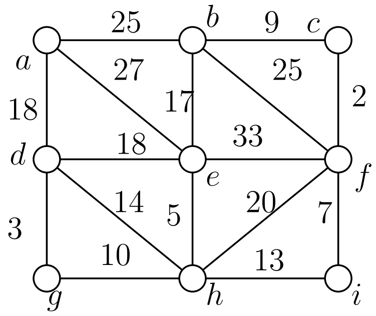
Kombinatorika és gráfelmélet 1.

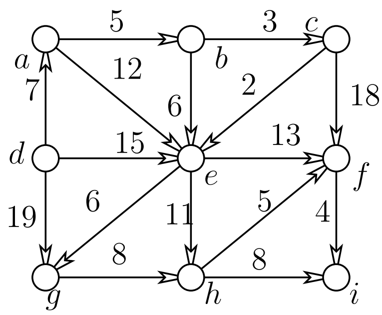
13. gyakorlat, 2017. május 11.

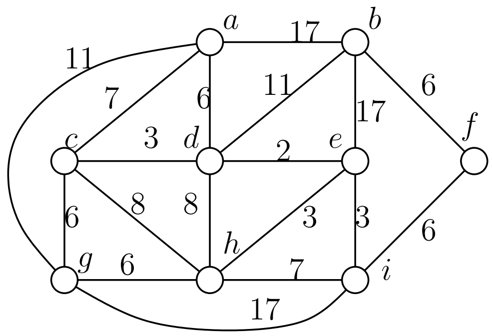
Ford, Floyd, DFS, PERT

Feladatok.

1. Adott a $G = (V, E)$ (irányított vagy irányítatlan) gráf, G élein egy $l : E \to \mathbb{R}$ élhosszfüggvény, egy $r \in V$ gyökérpont, valamint egy k pozitív egész. Tegyük fel, hogy l olyan, hogy nincs negatív összhosszúságú kör. Tervezzünk olyan gyors algoritmust, amely megtalálja G-nek mindazon v csúcsait, amelyekbe vezet r-ből legfeljebb k élből álló legrövidebb út.
2. A D irányított gráf *topologikus rendezése* a D csúcsainak egy olyan $v_1, v_2, \ldots, v_n$ sorrendje, amelyre az teljesül, hogy $v_i v_j \in E$ esetén $i < j$ (azaz minden él „balról jobbra” mutat). Igazoljuk, hogy D-nek pontosan akkor van topologikus sorrendje, ha D DAG.
3. Mutassuk meg, hogy ha D DAG, akkor a mélységi keresése utáni befejezési sorrend megfordítása topologikus rendezést ad.







4. Határozzuk meg a középső ábrán megadott PERT probléma minden tevékenységéhez a legkorábbi kezdési időpontot, valamint a c tevékenység legkésőbbi olyan kezdési időpontját, amely mellett a teljes PERT feladat a lehető legrövidebb idő alatt végrehajtható. Melyik tevékenységek kritikusak, azaz melyek azok a csúcsok, amelyeknek a kezdési időpontjában történő bármely késedelem a teljes PERT feladat befejezését az optimálishoz képest a késedelem idejével megnöveli?
5. Mi köze a PERT problémának a legrövidebb utakhoz?
6. Tervezzünk hatékony algoritmust, amely adott PERT probléma és adott u és v tevékenységek (gráfcsúcsok) esetén a PERT feladatnak olyan optimális ütemezését adja meg (már amennyiben ilyen létezik), amelyben az u tevékenységet hamarabb kezdjük v-nél.