Kombinatorika és gráfelmélet 1.

10. gyakorlat, 2017. április 13.

Élgráfok, Kőnig tétel, Vizing tétel

Feladatok

1. Tegyük fel, hogy az egyszerű G gráf r-reguláris, összefüggő, de van olyan pontja (elvágó pont), melyet elhagyva a gráf szétesik. Igazoljuk, hogy $\chi'(G) = r + 1$.
2. Tegyük fel, hogy G egyszerű, 8-reguláris, 2009 pontú gráf. Határozzuk meg a $\chi'(G)$ élkromatikus számot.
3. Határozzuk meg a K_n teljes gráf $\chi'(K_n)$ élkromatikus számát.
4. Határozzuk meg annak a gráfnak a kromatikus és élkromatikus számát, amit egy $2n$ pontú körből úgy kapunk, hogy behúzzuk az n átmérőt.
5. Legyen $n \geq 2$. Mennyi az n csúcsú teljes gráf élgráfjának a komplementerének $\chi(\overline{L(K_n)})$ kromatikus száma? (A G gráfhoz tartozó *élgráf* csúcsai G éleinek felelnek meg, és két $L(G)$-beli csúcs pontosan akkor szomszédos, ha a nekik megfelelő G-beli éleknek van közös végpontjuk.)
6. Igaz-e, hogy tetszőleges $n \geq 1$ egész esetén $2n$ csapat körmérkőzéses bajnoksága (minden csapat minden más csapattal pontosan egy mérkőzést jatszik) megszervezhető úgy $2n-1$ fordulóban? (Minden fordulóban minden csapat pontosan egy mérkőzést játszik.)
7. Legyen $n \geq 1$ tetszőleges egész, és legyen $2n$ keleti és $2n$ nyugati csapat az országos bajnokságban. Megszervezhető-e úgy a körmérkőzéses bajnokság, hogy az első $2n - 1$ forduló mindegyikében keleti csapat keletivel és nyugati pedig nyugatival játsszon?
8. Mennyi az oktaéder élgráfjának ill. a Petersen gráfnak az élkromatikus száma?
9. Legyen G olyan 3-reguláris egyszerű gráf, melyben van elvágó él (azaz olyan él, melyet elhagyva a gráf több komponensre esik). Mutassuk meg, hogy ekkor $\chi'(G) = 4$.

Házi feladatok

1. Mutassuk meg, hogy ha G olyan 3-reguláris gráf, amelynek élei (a színek cseréjétől eltekintve) egyértelműen 3-színezhetők, akkor G-nek van Hamilton-köre.