

1. Aláíráspótló ZH, 2026. június 4. 8.15-9.45, IE-217-1

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, és a **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, számoló- és számítógép, mobiltelefon, okos- és gondosóra, tévé, rádió, fűnyíró, hajszárító, drón, porszívó, mikrohullámú sütő, ventilátor, villanybojler, stb használata és a dolgozatírás közben történő együttműködés.

Segítség: $\tau(G)$: lefogó pontok minimális száma, $\nu(G)$: független élek maximális száma, $\rho(G)$: lefogó élek minimális száma, $\alpha(G)$: független pontok maximális száma, $\omega(G)$: klikkszám, $\chi(G)$: kromatikus szám, $\chi'(G)$: élkromatikus szám, $\kappa(G)$: pont-összefüggőségi szám, $\lambda(G)$: él-összefüggőségi szám.

1. Hány olyan F fa van a $v_1, v_2, \dots, v_n$ csúcsokon, amelynek pontosan 3 levele van?
2. A K_n teljes n csúcsú gráfban minden él súlya pozitív és különböző. Bizonyítsuk be, hogy a második legnagyobb súlyú él nincs benne a minimális összsúlyú feszítőfában.
3. Maximálisan hány éle lehet egy 100 csúcsú egyszerű gráfnak, amelyben van Euler séta?
4. A (G, s, t, c) hálózatban a maximális st folyam nagysága M . Legyen v egy s -től és t -től különböző csúcs. A maximális sv folyam (s a forrás, v a nyelő) nagysága 10, a maximális vt folyam (v a forrás, t a nyelő) nagysága 12. Bizonyítsuk be, hogy $10 \leq M$.
5. G -nek 6 csúcsa van és $\lambda(G) = 2$. Határozzuk meg G éleinek minimális számát.
6. $G(A, B, E)$ egy páros gráf, $|A| = 10$. Minden A -beli csúcs foka 10 és minden B -beli csúcs foka 5.
 - a. Határozzuk meg $|B|$ -t, vagyis B pontjainak a számát.
 - b. Határozzuk meg $\nu(G)$ -t.

Jó munkát!

2. Aláíráspótló ZH, 2026. június 4. 8.15-9.45, IE-217-1

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden résztvevő a **nevét**, és a **NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése (tájékoztató jelleggel): 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, számoló- és számítógép, mobiltelefon, okos- és gondosóra, tévé, rádió, fűnyíró, hajszárító, drón, porszívó, mikrohullámú sütő, ventilátor, villanybojler, stb használata és a dolgozatírás közben történő együttműködés.

Segítség: $\tau(G)$: lefogó pontok minimális száma, $\nu(G)$: független élek maximális száma, $\rho(G)$: lefogó élek minimális száma, $\alpha(G)$: független pontok maximális száma, $\omega(G)$: klikkszám, $\chi(G)$: kromatikus szám, $\chi'(G)$: élkromatikus szám, $\kappa(G)$: pont-összefüggőségi szám, $\lambda(G)$: él-összefüggőségi szám.

1. G egy 100 csúcsú páros gráf, $\alpha(G) = 97$. Határozzuk meg G élei számának a maximumát.
2. G csúcsai $v_1, v_2, \dots, v_{100}$. A v_i és v_j csúcsok akkor és csak akkor vannak összekötve, ha ij osztható 3-mal, de 9-cel nem.
Határozzuk meg a $\tau(G)$, $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\alpha(G)$ értékeket.
3. G egy 40 élű gráf. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) \leq 9$.
4. G csúcsai a sík n pontja, két csúcs (pont) akkor és csak akkor van összekötve, ha egy vízszintes vagy függőleges, 1 hosszú szakaszt határoznak meg. Bizonyítsuk be, hogy $\chi'(G) \leq 4$.
5. G egy síkbarajzolt gráf, 5 darab 3 oldalú, 4 darab 4 oldalú és 3 darab 5 oldalú tartománya van (beleértve a végtelen tartományt is). Hány csúcsa van G -nek?
6. G egy 12 élű síkbarajzolt gráf, mennyi G tartományai számának a minimuma és maximuma?

Jó munkát!