VIZSGATEMATIKA (Geometria 3., tanárszak)

A vizsgán SEMMILYEN SEGÉDEZKÖZT sem szabad használni.

ELSŐ RÉSZ: 40 perc (Feleletválasztás)

- 20 kérdés az interneten lévő jegyzetem alapján, csak az állítások kellenek, a bizonyítások nem. Minden kérdésre négy válaszlehetőség, nem szabad javítani.
- LEGALÁBB 10 VÁLASZNAK jónak kell lennie ahhoz, hogy a vizsgajegy legalább KETTES legyen.
- Másrészt, ha legalább 10 válasz jó, akkor a jegy legalább kettes, függetlenül a vizsga második részétől.

MÁSODIK RÉSZ: 45 perc

2 feladat (hasonló, mint a ZH-k "nehezebb" feladatai), és egy darab órai állítás bizonyítása az alábbi alábbi hatos listáról. Az első Papposz tétel bizonyítása a Hajós könyvben található, 44.8, 451. oldal, a többi állítás bizonyításai megtalálhatóak az interneten lévő jegyzetemben).

1) **(Papposz tétel)** Ha A_1, A_2, A_3 egy egyenesen, és B_1, B_2, B_3 egy másik egyenesen fekvő különböző pontok a valós projektív síkon, és P_{ij} jelöli az A_iB_j és A_jB_i egyenesek metszéspontját $i \neq j$-re, akkor P_{12}, P_{23} és P_{31} egy egyenesen vannak (bizonyítás a Hajós könyvben, 44.8, 451. oldal).

2) K_6 lerajzolható a valós projektív síkon (valamelyik bizonyítás a jegyzetből).

3) A valós projektív síkon, ha sem az A_1, A_2, A_3, A_4 pontok, sem a B_1, B_2, B_3, B_4 közül nincs három egy egyenesen, akkor létezik egy projektív transzformáció, mely A_i-t B_i-be viszi, $i = 1, 2, 3, 4$ (egyértelműség nem kell).

4) **(Papposz-Steiner tétel)** Ha a valós projektív síkon az a_1, a_2, a_3, a_4 egyenesek egy P ponton mennek át, és a P-t nem tartalmazó e egyenes a_i-t A_i-ban metszi, $i = 1, 2, 3, 4$, akkor $(a_1a_2a_3a_4) = (A_1A_2A_3A_4)$.

5) **(Teljes négyoldal tétele)** Tekintsünk a valós projektív síkon A, B, C, D pontokat, melyek közül semmelyik három nem esik egy egyenesre. Jelölje E az AB és CD egyenesek metszéspontját, és F az AD és BC egyenesek metszéspontját, továbbá P és Q az EF egyenes metszéspontját az AC és BD egyenesekkel. Ekkor $(EFPQ) = -1$.

6) Egy egyköpenyű hiperboloid vagy egy nyeregfelület bármely pontján át húzható a felületen fekvő egyenes.