

Geometria 3 gyakorlat, tanári szakirány, 2009. tavasz
5. példasor, március 16-tól 20-ig

1. Mondd ki a következő (egyébként igaz) tétel duálisát. Ha a valós projektív síkon adott $n \geq 2$ nem egy egyenesen fekvő pont, akkor található egy olyan egyenes, mely pontosan kettőt tartalmaz az adott pontok közül.
2. Mondd ki a következő (egyébként igaz) tétel duálisát. Ha a valós projektív síkon adott $n \geq 3$ nem egy egyenesen fekvő pont, akkor található legalább három kétponttú egyenes (azaz olyan egyenes, mely pontosan kettőt tartalmaz az adott pontok közül).
3. Ha egy projektív transzformáció a közöséges A, B pontokat a közöséges A', B' pontokba viszi, továbbá az $[A, B]$ szakasz felezőpontját az $[A', B']$ szakasz felezőpontjába viszi, akkor az AB egyenes ideális pontját az $A'B'$ egyenes ideális pontjába viszi.
4. Legyen $A_1 \dots A_6$ egy szabályos hatszög a közöséges síkon a csúcsok ilyen sorrendjével. Ha egy projektív transzformáció A_i -t A'_i -be viszi, és B, C, D az $A'_1 A'_4$ egyenes azon pontjai, melyekre B a szabályos hatszög középpontjának a képe, C a metszet az $A'_3 A'_5$ egyenessel, és D a közös metszet az $A'_2 A'_3$ és $A'_5 A'_6$ egyenesekkel, akkor határozd meg a következő kettősviszonyokat:

$$(A'_1 A'_4 BC) \text{ és } (A'_1 A'_4 BD).$$

5. Egy ellipszisnek és egy hiperbolának ugyanazok a fókuszai. Igazoljuk, hogy a két görbe merőlegesen metszi egymást (azaz: bármelyik metszéspontjukban az érintők merőlegesek).
6. Adott egy ellipszis vagy egy hiperbola egyik fókusza, továbbá két érintője, egyiken az érintési ponttal. Szerkesszük meg a másik fókuszt.
7. Adott egy ellipszis vagy egy hiperbola egyik vezérköre és két érintője, szerkesszük meg a másik fókuszt.
8. Adott egy ellipszis vagy egy hiperbola egyik vezérköre, egy pontja és egy érintője. Szerkesszük meg a másik fókuszt.