Geometria 3 gyakorlat, tanári szakirány, 2009. tavasz
3. példasor, február 23-tól február 27-ig

1. Számítsuk ki a síkbeli $A(0,2)$, $B(1,0)$, $C(2,-2)$, $D(-2,6)$ pontok által meghatározott $(ABCD)$ kettősviszony értékét.

2. Adott a számegyenes három pontja: $A = 4$, $B = -6$, $C = 7$. Határozzuk meg a D pontot úgy, hogy $(ABCD) = -3$ legyen.

3. Legyen $\lambda = (ABCD)$. Fejezzük ki λ-val az A, B, C, D pontok következő kettősviszony értékeket:
$$(CDAB),\quad (ACBD)$$

4. Legyen a és b két különböző pozitív valós szám. Igazoljuk, hogy a számegyenesen a 0 harmonikus társa az $\{a,b\}$ párra nézve éppen a és b harmonikus közepe, azaz $\frac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}$.

5. Adottak a síkon az $A(3,-1)$, $B(-3,-4)$, $C(9,2)$ pontok. Határozzuk meg C harmonikus társát A-ra és B-re nézve.

6. Az AB átmérőjű körre vonatkozó inverziónál az AB egyenes egy P pontjának a képe a $Q \neq P$ pont. Igazoljuk, hogy $(ABPQ) = -1$.

7. Adott három kollineáris közönséges pont a síkon, A, B, C. Szerkesszük meg csak vonalzóval C harmonikus társát A-ra és B-re nézve.

8. Legyen $OABCD$ szabályos ötszög, jelölje I_A, I_B, I_C és I_D rendre az OA, OB, OC és OD egyenes ideális pontját. Bizonyítsuk be, hogy az $(I_AI_BI_CI_D)$ kettősviszony az aranymetszés $\tau = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ arányával egyenlő.