

**Geometria 2, tanárszak, 2014. ősz**  
**4. gyakorlat, október 3.**

1. Adott  $\vec{a}$  és  $\vec{b}$  térbeli vektorokra fejtsük ki a következő szorzatok:
  - (i)  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$
  - (ii)  $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$
2. Bizonyítsuk be, hogy ha  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  és  $\vec{d}$  vektorokra  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$  és  $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ , akkor  $\vec{a} - \vec{d}$  és  $\vec{b} - \vec{c}$  párhuzamosak.
3. Határozzuk meg az  $ABC$  háromszög területét, ha  $A(3, 2, 1)$ ,  $B(4, 3, -3)$  és  $C(2, 2, 3)$ .
4. Bizonyítsd be, hogy tetszőleges  $\vec{a}$  és  $\vec{b}$  vektorokra,
$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \text{ akkor és csak akkor, ha } \vec{a} \text{ és } \vec{b} \text{ merőleges.}$$
5. Határozzuk meg a  $\vec{v}(2, -1, -2)$  vektorral egyirányú egységvektort.
6. Adott  $\vec{a}(2, 1, 8)$  és  $\vec{b}(1, 2, 3)$  vektorokra határozzuk meg az  $\vec{a}$  vektornak  $\vec{b}$ -vel párhuzamos és arra merőleges komponensét.
7. Határozzuk meg az  $A(3, 3, 1)$  merőleges vetületét a  $P(1, 0, -1, )$  és  $Q(3, 4, 5)$  pontokat tartalmazó  $e$  egyenesre, illetve az  $A$  távolságát az egyenestől.