Geometria 2 gyakorlat, tanári szakirány, 2014. ősz
3. példasor, szeptember 26.

Jelölés ABC háromszögben az A, B, C-vel szemközti oldal hossza a, b, c, és az A-nál, B-nél, C-nél fekvő szög α, β, δ.

1. Bizonyítsuk be a koszinusztételt vektorokkal, azaz
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha.$$

2. Bizonyítsuk be, ha a $\gamma = \pi/2$ (azaz a háromszög derékszögű), akkor
   (i) $c^2 = a^2 + b^2$
   (ii) $\cos\alpha = \frac{b}{c}$
   (iii) $\sin\alpha = \frac{a}{c}$

3. Bizonyítsuk be a szinusztételt, azaz
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}.$$

4. Az ABC háromszög oldalaira kifelé rajzolt szabályos háromszögek legyenek CBA_1, ACB_1 és BAC_1. Bizonyítsuk be, hogy $AA_1 = BB_1 = CC_1$.

5. Legyen az ABC háromszög körülírt körének középpontja O, magasságpontja M. Bizonyítsuk be, hogy
$$\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}.$$
   Megjegyzés Ez csak akkor működik, ha O a háromszög körülírt körének középpontja.

6. Legyen az ABC háromszög körülírt körének középpontja O, magasságpontja M és súlypontja S. Bizonyítsuk be, hogy
$$\overline{OM} = 3\overline{OS},$$
   azaz S az $[O, M]$ szakasz harmadolópontja.