Modellelmélet Vizsgatematika

(A) Reguláris Ultraszűrők.

1. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-reguláris ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ^+-univerzálisak.
2. Láncok, elemi lánc limesze elemien ekvivalens a láncban szereplő struktúrákkal.
3. Frayne tétele: két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf limeszű ultraláncaik.
4. Típusok, elemi leképezések; típusok elemi leképezések szerinti képe típus marad.
5. Szaturált struktúrák (gyenge) egzisztencia-tétele és az általánosított kontinuum-hipotézis.
6. Szaturált struktúrák unicitástétele.
7. Megszámlálható nyelvű struktúrák nem $\aleph_1$-teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai $\aleph_1$-szaturáltak.

(B) Jó Ultraszűrők.

1. Legfeljebb κ-s nyelvű struktúrák κ-jó, nem $\aleph_1$-teljes ultraszűrők szerinti ultrahatványai κ-szaturáltak.
2. Ha I végtelen, akkor van $2^{|I|}$ számosságú függvényhalmaz, mely független $\{I\}$ felett, illetve az I feletti Frechet-szűrő felett.
3. Ha $\mathcal{F}$ független függvényhalmaz a $\mathcal{D}$ szűrő felett, és $x \subseteq I$, akkor $\mathcal{F}$-ből el lehet hagyni véges sok elemet, hogy a maradék független legyen a $\mathcal{D} \cup \{x\}$ vagy a $\mathcal{D} \cup \{I \setminus x\}$ által generált szűrő felett.
4. Ha $|\mathcal{F}| \geq 2, f \in \mathcal{F}$ és g monoton függvény, akkor van olyan $\mathcal{D}' \supseteq \mathcal{D}$ szűrő, mely felett $\mathcal{F} \setminus \{g\}$ független, és g-nek van $\mathcal{D}'$-be képező additív finomítása.
5. κ-jó ultraszűrők létezése.
6. (Általánosított Kontinuum-Hipotézissel): két struktúra akkor és csak akkor elemien ekvivalens, ha vannak izomorf ultrahatványaik.
7. Svenonius definiálhatósági tétele abban a speciális esetben, ha az elmélet teljes.
8. A Szeparációs lemma, és Svenonius definiálhatósági tétele nem feltétlenül teljes elméletekre.

(C) Megszámlálható kategoricitás.

1. A Rado gráf és konstrukciói (a T_R elméletnek van modellje).
2. Gráfelméleti formulák aszimptotikus valószínűségei véges véletlen gráfokon.
3. A Típus-elkerülési tétel.
4. Megszámlálható, atomos modellek unicitása.
5. Megszámlálhatóan kategorikus elméletek jellemzése: Ryll-Nardzewski tétele.
6. Megszámlálhatóan kategorikus elméletek jellemzése: Svenonius tétele.
7. Hrushovski kiterjesztési tétele.
8. A Hrushovski-tulajdonság jellemzése a véges jellegű automorfizmusok sűrűségével.

(D) Stabilitás.

1. Megkülönböztethetetlen elemek és létezésük.
2. A Soványmodell-tétel.
3. Ha egy elmélet $\aleph_0$-stabil, akkor minden végtelen κ-ra κ-stabil (a,b,c pontok).
4. $\aleph_0$-stabil elméletek és szaturált modelljeik; $\aleph_1 \leq \kappa$-ra: κ-kategoricitás $\Rightarrow$ $\aleph_0$-stabilitás.
5. Egy elmélet pontosan akkor $\aleph_1$-kategorikus, ha minden $\aleph_1$ számosságú modellje szaturált.

2025 május.