Bevezetés az Algebrába 2 **12. feladatsor** **2026. 5.11 - 5.18.**

Ezen a feladatlapon n pozitív egész számot jelöl.

1. Adjuk meg következő mátrix szinguláris értkek szernti (SVD) felebontását: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Tegyük fel, hogy hogy az A mátrix szinguláris értéke a σ
   (a) Igazoljuk, hogy vannak olyan $\underline{x}$ és $\underline{y}$ vektorok, melyekre $A\underline{x} = \sigma\underline{y} \qquad A^T\underline{y} = \sigma\underline{x}$.
   (b) Mit ad ez abban specxiális esetben, ha A (négyzetes) és szimmetrikus?

3. Igazoljuk, hogy A négyzetes mátrix, akkor determinása abszolútértéke egyenlő szinguláris értekeinek szorzatával.

4. legyen $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ az y-tengely körüli pozitív irányú 45°-os forgatás.
   (a) Adjuk meg φ mátrixát sztenderd bázisban.
   (b) Igaz-e, hogy φ mátrixa a sztenderd bázisban előáll Givens-fogratások szorzataként?
   (c) Igaz-e, hogy φ mátrixa sztenderd bázisban előáll Givens-fogratások szorzataként?

5. Emlékeztető az $\underline{n}$ normálvektorú Housholder-tükrözés mátrixa a sztenderd bázisban $i - \frac{2}{\underline{n}^T\underline{n}}\underline{n}\underline{n}^T$.
   (a) Igazoljuk, hogy minden Housholder-tüktözés mátrixa (a sztenderd bázisban) mindig szimmetrikusak.
   (b) Igazoljuk, hogy síkon minden Givens-forgastás előáll legfeljebb 2 darab Householder-tükrözés szorzataként.

6. Adjunk meg egy $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, Amely 2 darab Givens-forgatás szorzatával diagonalizálaható.

7. Adjuk meg annak a Housholder-tükrözésnek a mátrixát, amely a $\underline{v} = (1, -1, 1, -1)$ olyan vektorba viszi, melynek az első koordinátája negtív, a több koordinátája 0.