

1. Az $f \in R[x_1, x_2, x_3]$ szimmetrikus polinom főtagja $x_1^2 x_2^2 x_3$. Mennyi f -ben $x_1 x_2^3 x_3$ együtthatója?
2. Adjuk meg az alábbi egyenletrendszer összes komplex megoldását:

$$x + y + z = -3, \quad xy + xz + yz = 3, \quad xyz = -1.$$

3. Ha az u, v komplex számokra teljesül, hogy $u + v = 2$ és $u^2 + v^2 = 10$, akkor mennyi $u^3 + v^3$?
4. Állítsuk elő $x^3 + y^3 + z^3$ -öt elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként.
5. Legyenek az $f(x) = x^3 - 4x + 2$ polinom (komplex) gyökei a, b, c . Az a, b, c értékeinek meghatározása nélkül adjunk meg egy olyan \mathbb{Z} feletti g polinomot, melynek gyökei a^2, b^2, c^2 .
6. Legyen $f \in \mathbb{Z}[x]$. Igazoljuk, hogy tetszőleges $a, b \in \mathbb{Z}$ -re $(a - b) \mid (f(a) - f(b))$.
7. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ és $g(x) = x^2 + 2$ polinomok legnagyobb közös osztóját, és alkalmas h, k polinomokkal állítsuk elő a legnagyobb közös osztót $hf + kg$ alakban.
8. Igazoljuk, hogy test feletti polinomgyűrűben minden (nemnulla), legfeljebb elsőfokú polinom irreducibilis. Igaz-e ez minden gyűrű feletti polinomgyűrűre is?
9. Igazoljuk, hogy $\mathbb{Z}_2[x]$ -ben $x^2 + x + 1$ irreducibilis, de $x^4 + x^2 + 1$ nem irreducibilis.