

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legyen  $A = \begin{pmatrix} B_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_n \end{pmatrix}$  blokkdiagonális mátrix (tehát  $B_1, \dots, B_n$  nem feltétlenül azonos

méretű négyzetes mátrixok). Adott mátrix karakterisztikus polinomját  $k$ -val, minimálpolinomját  $m$ -el jelölve, igazold, hogy

(a)  $k_A = k_{B_1} \cdot \dots \cdot k_{B_n}$ ;

(b)  $m_A = \text{lkk}\{m_{B_1}, \dots, m_{B_n}\}$  (ahol *lkk* a legkisebb közös többszörös).

2. Legyen  $A$  invertálható mátrix. Fejezd ki  $A^{-1}$  minimálpolinomja együtthatóit  $A$  minimálpolinomja együtthatóival.

3. Legyen  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

(a) Határozd meg  $A$  karakterisztikus polinomját. (Lehetőleg úgy, hogy minél kevesebbet számolj, inkább érvelj. Van 1-2 soros válasz; ha nem megy másképp, elfogadjuk azt is, ha helyesen kiszámolod a megfelelő determináns kifejtésével).

(b) Határozd meg  $A$  Jordan-féle normálalakját  $\mathbb{C}$  felett.

(c) Határozd meg  $A$  Jordan-féle normálalakját  $\mathbb{R}$  felett.