

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legyen $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Adj meg egy ortogonális Q mátrixot, melyre $Q^T A Q$ diagonális.

2. Legyen $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Igazold, hogy A minden sajátértéke valós. (0,4 pont).
- (b) Igazold, hogy A -nak van pozitív (valós) sajátértéke. (0,8 pont).
- (c) Igazold, hogy A -nak van olyan \underline{v} sajátvektora melyre $\underline{v}^T A \underline{v} > 0$. (0,8 pont).

3. Legyen n pozitív egész. Igazold, hogy hasonlóság erejéig pontosan $n + 1$ darab olyan $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix van, melyre $A = A^T$ és $A^2 = I$.