

Minden választ indokolj, és - ahol ez szóbajön - add meg az összes mellékszámítást is.

1. Legyen  $n \in \mathbb{N}^+$  és legyen

$$R = \{(A, B) \in \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^{n \times n} : \text{van olyan invertálható } T \in \mathbb{R}^{n \times n} \text{ mátrix, hogy } B = T^{-1}AT\}.$$

Igazold, hogy  $R$  egy ekvivalenciareláció.

2. Legyen  $K$  test,  $f, g \in K[x]$  polinomok. Igazold, hogy minden  $n \in \mathbb{N}^+$ -ra

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)},$$

ahol pl.  $f^{(k)}$  az  $f$  polinom  $k$ . deriváltját jelöli.

3. Legyen  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Igazold, hogy minden  $n \in \mathbb{N}^+$ -ra az  $A$  mátrix  $n$ . hatványa  $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Igazold, hogy minden jólrendezett halmaz minden részhalmaza (az öröklött rendezéssel) jólrendezett marad.

5. Add meg algebrai alakban:

$$\left( \frac{\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i}{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i} \right)^{12}.$$

6. Horner-módszer segítségével rendezd át a következő polinomot  $(x-3)$  hatványai szerint:

$$x^3 - 7x^2 + 15x + 8.$$

7. Mennyi a  $Z^5 + 5z - 1$  polinom összes (komplex) gyökei reciprokának összege?