

Absztrakt: Az 1970-es évektől kezdve napvilágra került egzaktul megoldható sokrészecske rendszerek közül talán a legfontosabbak a Calogero-Moser-Sutherland rendszerek, valamint ezek Ruijsenaars és Schneider által 1986-ban felfedezett relativisztikus deformációi. Az említett rendszerek egyenesen vagy körön mozgó pont részecskék olyan kölcsönhatásait írják le, amelyek tetszőleges részecskeszám esetén teljesen integrálható hamiltoni rendszert definiálnak. Ezen rendszerek körében S. Ruijsenaars 1988-ban felfedezett egy ún. dualitási relációt. A dualitás fogalma felhasználja azt a tényt, hogy minden integrálható sokrészecske rendszer fázistere hordozza kitüntetett fizikai mennyiségek két kommutatív Poisson algebráját: az egyik algebrát a részecske koordináták, a másikat a teljes integrálhatósághoz (Liouville integrálhatósághoz) tartozó hatásváltozók generálják. Két integrálható sokrészecske rendszert egymás duálisának nevezünk, ha fázistereik között létezik egy szimplektomorfizmus, amely az egyik rendszer részecske koordinátáit a másik rendszer hatásváltozóiba alakítja, és ez fordítva is igaz. A dualitás speciális esete az öndualitás. Ez a rendszer olyan szimplektomorfizmusának létezését követeli meg, ami felcseréli a részecske koordinátákat és a hatásváltozókat. Önduális rendszerek három típusa ismert. Az előadásban ezek közül a Fubini-Study szimplektikus formával ellátott $2n$ -dimenziós komplex projektív téren kompaktifikált trigonometrikus Ruijsenaars-Schneider (RS) rendszerrel foglalkozunk.

Bemutatjuk, hogy hogyan vezethető le a kompaktifikált RS rendszer a szimplektikus geometriai Marsden-Weinstein redukció úgynevezett kvázihamiltoni általánosítását használva. Ebben a képben természetes magyarázatot nyer a rendszer öndualitása. A lyukas tórusz $SL(2, \mathbb{Z})$ leképezésoosztály csoportja természetes módon hat a redukált fázistéren, és ez a hatás megőrzi a szimplektikus formát. Kiderül, hogy az $SL(2, \mathbb{Z})$ standard negyedrendű S -generátora adja az öndualitási szimplektomorfizmust, amelyet 1995-ben Ruijsenaars teljesen más módszerrel vezetett be. Vázlatosan ismertetjük azt is, hogy a kvázihamiltoni redukció révén bizonyítható a kompaktifikált RS rendszer egy régóta sejtett, a lyukas tóruszon definiált lapos $SU(n)$ konnexiók modulus terével kapcsolatos interpretációja.

Integrálható sokrészecske rendszerek közérthető áttekintését tartalmazza Ruijsenaars írása:

http://www.scholarpedia.org/article/Ruijsenaars-Schneider_model. Az előadás egy C. Klimcikkkel (Institut de mathématiques de Luminy) közös cikken alapszik, és követi annak következő rövid összefoglalását: <http://arxiv.org/abs/1203.3300>.