Nemsztenderd Analízis Feladatok, 3.

1. Igazoljuk, hogy van olyan $f : [0,1] \times [0,1] \to \mathbf{R}$ függvény, hogy minden $a \in [0,1]$ számra

$$\int_0^1 f(x,a)dx = \int_0^1 f(a,y)dy = 0,$$

de f, mint kétváltozós függvény, nem integrálható a $[0,1] \times [0,1]$ halmazon.

2. Igazoljuk (lehetőleg nemsztenderd módszerekkel), hogy ha az integrálható $\langle f_n : [0,1] \to \mathbf{R},\ n \in \mathbf{N} \rangle$ függvények egyenletesen konvergálnak f-hez, akkor

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n = \int_0^1 f.$$

3. Igazoljuk, hogy van olyan (legalább 1 tagú) *-polinom, melyben egyetlen tag sem dominálja az összes többit.

4. Vezessük le Montel tételét a diszjunkt polinomokra vonatkozó tételből.

5. Igazoljuk, hogy van olyan $\varrho(k,r)$ függvény, hogy ha a

$$p(z) = c_1 z^{n_1} + ... + c_r z^{n_r}$$

polinomnak van k darab gyöke az egység sugarú körlemezben, és $n_1 < n_2 < ...n_r$, továbbá $m_1 < m_2 < ...m_r$, akkor

$$q(z) = c_1 z^{n_1+m_1} + ... + c_r z^{n_r+m_r}\text{-nek}$$

van legalább k darab gyöke a $\varrho(k,r)$ sugarú körlemezben.

2010 május.