

Matematika M1 ZH BME, 2016 Március 22.

1. Igazoljuk, hogy nincs olyan 11 pontú gráf, mely izomorf lenne a komplementumával.

(10 pont)

2. Legyen n adott természetes szám, és legyen V az n -hosszú $(0, 1)$ -sorozatok halmaza. A \mathcal{G} gráf csúcshalmaza V , és két csúcs pontosan akkor van összekötve, ha (mint sorozatok) 1 helyen térnek el. Milyen n értékekre tartalmaz \mathcal{G} Euler-köröket?

(10 pont)

3. Igazoljuk, hogy ha egy n csúcsú gráfnak legalább $\frac{n^2 - 2n + 2}{2}$ darab éle van, akkor a gráfban van Hamilton-kör. (Útmutatás: hány éle lehet legfeljebb egy olyan gráfnak, melyre nem teljesül a Dirac-feltétel?)

(10 pont)

4. Egy piros, és egy kék dobókockával dobunk. Jelölje A azt az eseményt, hogy a kék kockával dobott szám páros, B pedig azt az eseményt, hogy a dobott számok összege legalább 10. Független-e A és B ?

(10 pont)

5. Egy üzenetrögzítőbe óránként érkező üzenetek száma Poisson-eloszlású $\lambda = 30$ várható értékkel. Az üzenetrögzítő legfeljebb 50 üzenetet tud megjegyezni, de minden munkaóra végén feldolgozzák és törlik a beérkező üzeneteket. Adjuk meg annak valószínűségét, hogy a következő órában az üzenetrögzítő túlterhelődik (azaz több, mint 50 üzenet érkezik).

(10 pont)

6. Egy autóbusz munkanapja során 16-szor járja be útvonalát. Egy-egy alkalommal $p = 0,1$ valószínűséggel érkezik késve a végállomására. Adjuk meg annak valószínűségét, hogy egy munkanapja során pontosan 3 alkalommal érkezik késve a végállomására.

(10 pont)

Minden választ indokoljunk !