Halmazelmlet ZH
BME TTK, 2009 November 20.

1. Igazoljuk, hogy minden A, B, C halmazra teljesül:

$$A - (\overline{B} \cup C) = (A - \overline{B}) \cap (A - C).$$

(8 pont)

2. Igazoljuk, hogy ha α limesz-rendszám, akkor $\alpha = \cup\alpha$.

(13 pont)

3. Legyen V vektortér az F test felett, és legyen

$$\mathcal{F} = \{X \in \mathcal{P}(V) : X \text{ lineárisan független}\}.$$

(a) Igazoljuk, hogy az $\langle \mathcal{F}, \subseteq \rangle$ részben-rendezésre teljesülnek a Zorn-lemma feltételei.
(b) Igazoljuk, hogy V-nek van bázisa.

(13 pont)

4. Legyen A tetszőleges halmaz. Igazoljuk, hogy A akkor és csak akkor tranzitív halmaz, ha $\mathcal{P}(A)$ tranzitív halmaz.

(13 pont)

5. Legyen $A = \{f : \omega \to \mathbf{Q},\ \ \lim_{n\to\infty} f(n) = 0\}$ ($\mathbf{Q}$ a racionális számok halmaza).

Igazoljuk, hogy $|A| = 2^{\aleph_0}$.

(13 pont)

Minden választ indokoljunk !