

Halmazelmélet ZH
BME TTK, 2009 December 17.

1. Igazoljuk, hogy ha A, B, C olyan halmazok, hogy $A \subseteq C$, akkor

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{(A \cup B) \cup \overline{C}}.$$

(8 pont.)

2. Igazoljuk, hogy ha κ végtelen számosság, akkor van olyan $f : \kappa \rightarrow \kappa$ függvény, hogy minden $\lambda < \kappa$ -ra $|f^{-1}(\lambda)| = \kappa$ (azaz f minden κ -nál kisebb λ -t κ -szor vesz fel értékül).

(13 pont)

3. Adjunk példát olyan részbenrendezett halmazra, melyre nem teljesül a Zorn-lemma feltétele, mégis van benne maximális elem.

(13 pont)

4. Legyen A tranzitív halmaz. Igazoljuk, hogy $\bigcup A$ szintén tranzitív halmaz.

(13 pont)

5. Legyen $A = \{X \in \mathcal{P}(\mathbf{Q}), \sup(X) = 1\}$ (\mathbf{Q} a racionális számok halmaza).

Adjunk meg egy injektív függvényt $\mathcal{P}(\omega)$ -ból A -ba.

(13 pont)

Minden választ indokoljunk !