BME Közlek. Kar   Matematika A3 Aláírás-szerző ZH,   1. rész
2008 December 19.

1. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} e^{nx}$ valós függvénysor konvergenciahalmazát és összegfüggvényét.

(10 pont.)

2. Legyen f az a 4π szerint periodikus valós függvény, melyre teljesül, hogy minden $x \in (-2\pi, 0]$-ra $f(x) = 2x$ és minden $x \in (0, 2\pi)$-re $f(x) = x$. Adjuk meg f Fourier-sorát.

(10 pont.)

3. Adjuk meg algebrai alakban az összes olyan z komplex számot, melyre teljesül, hogy

$$e^{2z} - 2e^{z} + 2 = 0.$$

(10 pont.)

4. Az $f = u + iv$ reguláris függvényről tudjuk, hogy $u(x, y) = 2x^2 - 2y^2 - 3x$ és $f(0) = i$.

(a) Határozzuk meg f-t.

(b) Határozzuk meg f'-t.

(6+4 pont.)

5. Számítsuk ki (a görbe irányítása pozitív): $\displaystyle\int_{|z|=4} \frac{cos(z)}{z^{2009}} dz.$

(9 pont.)

6. Legyen $v(x, y, z) = [\sqrt{1 - x^2}, y^2, xy]$. Számítsuk ki v görbementi integrálját az $r(t) = [sin(t), cos(t), 1],\quad 0 \le t \le \pi$ görbén.

(11 pont.)

BME Közlek. Kar   Matematika A3 Aláírás-szerző ZH,   2. rész
2008 December 19.

1. Legyen $\mathcal{F}$ az kifele irányított zárt felület, melyet a

$$z = 1, \quad z = 4, \quad x^2 + y^2 = z^2$$

egyenletű felületek határolnak. Legyen $v(x, y, z) = [y^2 z, xz^2, z{\cdot}ln(\sqrt{x^2 + y^2})]$. Számítsuk ki v felületi integrálját $\mathcal{F}$-en.

(12 pont.)

2. Legyen $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ ismeretlen függvény, és legyen $v(x, y, z) = [ze^{2y}, xz^2, f(y, z)]$.
(a) Határozzuk meg f-t, ha $rot(v)$ első koordinátája $e^{sin(y)}cos(y) - 2xz$.
(b) Határozzuk meg $rot(v)$-t.

(6 + 4 pont.)

3. Határozzuk meg az $x^2 y + y^2 z = 0$ egyenletű felület érintősíkjának egyenletét a $[2, 1, 4]$ pontban.

(8 pont.)

4. Adjuk meg az általános megoldást: $y'' = \dfrac{3x^2}{1 + x^3} y' + (1 + x^3) \cdot \sqrt[3]{x}$.

(12 pont.)

5. Adjuk meg az összes megoldást: $y'' = \dfrac{1 + (y')^2}{y}$.

(10 pont.)

6. Oldjuk meg: $2xy^3 + \Big(3x^2 y^2 + sin^2(y)\Big) y' \; = \; 0.$

(8 pont.)