Villámkérdések,
BME, Mat. A2, 2014 tavasz, 1. Minta megoldásokkal[1].

Név: ________________
Neptun-kód: ________________

1. Igaz-e, hogy ha $\{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}$ lineárisan összefüggő vektorok, akkor $\underline{a}$ előáll $\underline{b}$ és $\underline{c}$ lineáris kombinációjaként? Indokoljunk. *4, Feb. 24.*

Nem, pl. $\underline{a} = [1, 0, 0]$, $\underline{b} = [0, 1, 0]$, $\underline{c} = [0, 2, 0]$ lineárisan összefüggő, de $\underline{a}$ nem áll elő $\underline{b}$ és $\underline{c}$ lineáris kombinációjaként.

2. Vannak-e olyan nem invertálható 2×2-es mátrixok, melyek összege invertálható? Indokuljunk. *9, Márc. 13.*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

és transzponáltja ilyen, tehát vannak.

3. Van-e olyan szimmetrikus mátrix, melynek i sajátértéke? *10, Márc. 17-20.*

Nincs, a főtengely-tétel értelmében szimmetrikus mátrix sajátértékei valósak.

4. Legyen $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$. Adjuk meg f deriváltfüggvényét. *2, Feb. 13.*

f egy folytonos függvény integrálfüggvénye, ezért $f'(x) = e^{x^2}$.

5. A többváltozós függvények iránymenti derivált-definíciója. *12, Márc. 31.*

Ha $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$, $P \in \mathbf{R}^n$ és $\underline{v} \in \mathbf{R}^n$ egységvektor, akkor $\partial_{\underline{v}} f(P) = \lim_{h \to 0} \frac{f(P+h \cdot \underline{v}) - f(P)}{h}$ amennyiben a jobboldali határérték létezik.

6. Legyen $V = \{(x, y, z) : \; 0 \le z \le 1, x^2 + y^2 \le z^3\}$. Írjuk fel (de ne számoljuk ki) hengerkoordinátákkal: $\int_V x + y + z$. *15, Ápr. 10.*

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{m^{3/2}} r \cdot cos(\varphi) + r \cdot sin(\varphi) + m \;\; dr \; d\varphi \; dm.$$

7. Konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{ln(n)}$ sor? Indokoljunk. *16, Ápr. 14.*

Nem, mivel $\frac{1}{ln(n)} \ge \frac{1}{n}$, ezért a harmónikus sor minorál.

8. Adjuk meg a $\sum_{n=0}^{\infty} n x^n$ hatványsor konvergenciakörét. *18, Ápr. 28.*

Középpont $x_0 = 0$ és a gyökös Hadamard-képletből $R = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|n|}} = 1$.

[1] A kérdések után *X, (Y. Z.)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...