Régebbi Matek B2 zh-k

többváltozós függvények határértékével, folytonosságával, deriválhatóságával, többszörös integrálokkal, numerikus sorokkal kapcsolatos feladatai.

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 3x^2 + y^2$ függvény lokális szélsőérték-helyeit.
(2006 május 12)

2. Legyen $f(x,y,z) = xy^z$ és $\underline{v} = [1,1,1]$. Adjuk meg az f függvény $\underline{v}$-vel párhuzamos irányú iránymenti deriváltját a $P = (2,1,3)$ pontban.
(2006 május 12)

3. Legyen $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4y$. Határozzuk meg f maximumát és minimumát a $(0,0),(0,1),(1,0)$ csúcsú háromszöglemezen.
(2006 május 19)

4. Legyen $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$.
(a) Határozzuk meg f parciális deriváltjait az origóban.
(b) Deriválható-e f az origóban ?
(2006 május 19)

5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3+y^2-3x+4y$ függvény lokális szélsőértékhelyeit.
(2006 június 2)

6. Határozzuk meg az $f(x,y) = y^3 + x^2 - 3y$ lokális szélsőérték-helyeit.
(2007 május 11)

7. Legyen

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2} & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

(a) Számítsuk ki f parciális deriváltjait az origóban.
(b) Folytonos-e a $\partial_x f$ függvény az origóban ?
(2007 május 11)

8. Legyen $f(x,y) = 2y^3 + 3y^2 + 2x^2$. Határozzuk meg f maximumát és minimumát a $(0,0)$, $(0,-2)$, $(2,0)$ csúcsú háromszöglemezen.

(2007 május 18)

9. Legyen $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$ és legyen $v = [3,4]$. Határozzuk meg az f függvény v-vel párhuzamos irányú, iránymenti deriváltját az $(1,2)$ pontban.

(2007 május 18)

10. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2 - 2xy - 3x + \dfrac{y^3}{3}$ függvény lokális szélsőértékhelyeit.

(2007 május 24)

11. Határozzuk meg az $f(x,y) = 3x^2 - 12xy + 4y^3 - 96y$ függvény lokális szélsőértékhelyeit.

(2007 május 30)

12. Legyen A az $y \geq 1$ félsík azon korlátos része, melyet az $x = 9$, $y = \sqrt{x}$ görbék határolnak. Számítsuk ki az $f(x,y) = \dfrac{ln(y)}{\sqrt{x}}$ függvény integrálját A-n.

(2006 május 12)

13. Legyen $A = \{(x,y):\ 0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{8},\ 2x \leq y \leq 2\}$. Számítsuk ki az $f(x,y) = \dfrac{y}{2+8x^2}$ függvény integrálját az A halmazon.

(2006 május 19)

14. Számítsuk ki az $f(x,y) = ln(y)$ függvény integrálját az $y = e$, $y = x$, $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ egyenesek által határolt háromszöglemezen.

(2007 május 11)

15. Legyen $f(x,y,z) = \dfrac{ln(z)}{(x^2+y^2)^{3/2}}$. Számítsuk ki f integrálját a $z = 1$, z=2, $\dfrac{1}{4} = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = \dfrac{1}{z^2}$ felületek által határolt korlátos térrészen.

(2006 június 2.)

16. Legyen $f(x,y,z) = \dfrac{x}{x^2+y^2+z^2}$ és legyen

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \ 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4, \ x^2+y^2 \le z^2, \ z \ge 0\}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 24.)

17. Legyen $f(x,y,z) = x^2$ és legyen

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \quad e \le z \le e^2, \quad x^2+y^2 \le \sqrt{ln(z)} \ \}.$$

Számítsuk ki $\int_V f$-et.

(2007 május 30.)

18. Legyen $V = \{(x,y,z) : \ x^2+y^2 \le z^4, \ 0 \le z \le 1\}$ és legyen $f(x,y,z) = x^3$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 19.)

19. Legyen $f(x,y) = ln(1+x^2+y^2)$ és legyen

$$V = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad x^2+y^2 \le 1, \quad |x| \le y\}.$$

Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

20. Legyen $V \subseteq \mathbf{R}^3$ a $z=0$, $z=1$, $x^2+y^2=z^4$ felületek által határolt korlátos

halmaz és legyen $f(x,y,z) = \dfrac{e^z}{z^3}$. Számítsuk ki f integrálját V-n.

(2007 május 18.)

21. Legyen $V = \{(x,y,z) : \ \frac{1}{4}z^2 \le x^2+y^2 \le 4, \ 0 \le z \le 4\}$ és legyen $f(x,y,z) = y^2$. Számítsuk ki $\int_V f$-t.

(2006 május 12.)

22. Legyen $V = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \ 0 \le z, \quad z^2 \le x^2+y^2 \le 1\}$. Számítsuk ki az $f(x,y,z) = x^4z + x^2y^2z$ függvény integrálját V-n.

(2007 május 11.)

23. Döntsük el, konvergens-e a $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+3n+1}\right)^n$ sor.

(2010 december 15.)

24. Számítsuk ki: $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{12^{n-1}}$.

(2010 december 2.)

25. Állapítsuk meg, konvergens-e a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n^2}}{(n!)^n}$ sor.

(2010 október 11.)