Villámkérdések, 2. minta megoldásokkal[1]

1. Döntsük el, hogy merőlegesek-e egymásra az $[1, 2, 3]$ és $[2, -4, 2]$ vektorok. Indokoljunk. *2; (Febr. 21)*

A két vektor skaláris szorzata: $2-8+6=0$, tehát a két vektor merőleges egymásra.

2. Adjuk meg az $x = 2, z = 3$ egyenletrendszerű egyenes paraméteres egyenletrendszerét. *3; (Febr. 28)*

Az egyenletrendszer: $x = 2,\ y = t,\ z = 3,\ t \in \mathbf{R}$.

3. Van-e olyan z komplex szám, melyre teljesül, hogy $Im(z + \overline{z}) \neq 0$? Indokoljunk. *4; (Márc. 4)Th: 4. függelék*

Nincs, mert ha $z = a+bi$ tetszőleges komplex szám, akkor $z+\overline{z} = a+bi+a-bi = 2a$, ennek képzetes része 0.

4. Adjunk példát olyan sorozatra, melynek pontosan 3 darab torlódáspontja van. *5; (Márc. 7)*

Pl. $0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, ...$ azaz $a_n =$ az n szám 3-al való osztási maradéka.

5. Van-e gyöke a $p(x) = x^6 - 2x - 3$ polinomnak a $[0, 2]$ intervallumban? Indokoljunk. *11; (Ápr. 11)Th: 2.6 fejezet*

Van, mert $p(0) = -3 < 0$ és $p(2) = 57 > 0$, továbbá p folytonos függvény, így Bolzano tétele miatt van gyöke $[0, 2]$-ben.

6. Legyen $f(x) = e^{ax}$. Választhatjuk-e az a paraméter értékét úgy, hogy f a $(0, 1)$ intervallumon konkáv legyen? Indokoljunk. *16; (Ápr. 18) Th: 4.3 fejezet*

Nem, mert $f'(x) = ae^{ax},\ f''(x) = a^2e^{ax}$, tehát minden x-re $f''(x) > 0$, így f konvex függvény.

7. Írjuk le a Newton-Leibniz-tétel állítását. *(EBBEN A FÉLÉVBEN NEM HANGZOTT EL; NEM KELL TUDNI) Th: 5.4 fejezet, 4. tétel*

Ha f folytonos $[a, b]$-n, és F a f primitív függvénye, akkor $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

8. Osszuk el maradékosan az $x^2 + 2x + 3$ polinomot $x - 4$-el. *22; (Máj. 16) Th: 8.3 fejezet, 3. példa*

$x^2 + 2x + 3 = (x + 6)(x - 4) + 27$.

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)/Th: U* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás (illetve a Thomas-könyv U. fejezete) alapján kell(ene) tudni a választ...