Villámkérdések, 2. minta megoldásokkal[1]

1. Döntsük el, hogy merőlegesek-e egymásra az $[1, 2, 3]$ és $[2, -4, 2]$ vektorok. Indokoljunk. *2; (Szep. 14)*

A két vektor skaláris szorzata: $2-8+6=0$, tehát a két vektor merőleges egymásra.

2. Adjuk meg az $x = 2, z = 3$ egyenletrendszerű egyenes paraméteres egyenletrendszerét. *3; (Szep. 21)*

Az egyenletrendszer: $x = 2,\ y = t,\ z = 3,\ t \in \mathbf{R}$.

3. Van-e olyan z komplex szám, melyre teljesül, hogy $Im(z + \overline{z}) \neq 0$? Indokoljunk. *4; (Szep. 23 vagy Dec. 2) Th: 4. függelék*

Nincs, mert ha $z = a+bi$ tetszőleges komplex szám, akkor $z+\overline{z} = a+bi+a-bi = 2a$, ennek képzetes része 0.

4. Van-e olyan monoton növő, felülről korlátos sorozat, mely nem Cauchy-sorozat ? Indokoljunk. *5-6; (Okt. 7-12)*

Nincs, mert minden monoton növő, felülről korlátos sorozat konvergens, és a konvergens sorozatok Cauchy-sorozatok is.

5. Van-e gyöke a $p(x) = x^6 + 2x + 3$ polinomnak a $[0, 2]$ intervallumban? Indokoljunk. *10; (Nov. 4) Th: 4.3 fejezet*

Nincs, mert $p'(x) = 6x^5 + 2$ tehát p' pozitív $[0, 2]$-n, ezért p mon. növő. Mivel $p(0) = 3$, ezért $p(x) \geq 3$, ha $x \in [0, 2]$.

6. Legyen $f(x) = e^{(1+a^2)x}$. Választhatjuk-e az a paraméter értékét úgy, hogy f a $(0, 1)$ intervallumon konkáv legyen? Indokoljunk. *14; (Nov.9) Th: 4.4 fejezet*

$f''(x) = ((1+a^2)^2)e^{(1+a^2)x}$, ami a minden értéke mellett pozitív minden $x \in (0, 1)$-re. Ezért a egyetlen értéke mellett sem lesz f konkáv $(0, 1)$-en.

7. Írjuk le a Primitív függvény definícióját. *15, (Nov. 23) Th: 4.8 fejezet*

Ha az I intervallum minden x pontjára $F'(x) = f(x)$, akkor F primitív függvénye f-nek.

8. Osszuk el maradékosan az $x^2 + 2x + 3$ polinomot $x - 4$-el. *16; (Nov. 30) Th: 8.3 fejezet, 3. példa*

$x^2 + 2x + 3 = (x + 6)(x - 4) + 27.$

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)/Th: U* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás (illetve a Thomas-könyv U. fejezete) alapján kell(ene) tudni a választ...