

Régebbi Matek B1 és A1 zh-k

Függvények határértékével, folytonossággal és a deriválás alapjaival kapcsolatos feladatai.

1. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\operatorname{tg}(x))}{\sin(x)}$.
(2008 november 18)

2. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$.
(2008 november 18)

3. Számítsuk ki a következő határértékeket.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{tg}^{1/\ln(x)}(x)$$

(2006 Január 4)

4. Számítsuk ki:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{\pi}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x - 1}}{x^2}$

(2008 December 19)

5. Számítsuk ki:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - 1 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{4}{1-x}}$

(2008 December 19)

6. Igazoljuk, hogy monoton növények összege monoton növény.

(2008 December 19)

7. Legyen $f(x) = 1 + \arcsin \sqrt{2 - x}$. Adjuk meg f értelmezési tartományát, értékkészletét, inverzfüggvényének képletét!

(2008 December 19)

8. Legyen $f(x) = e^{\ln(\pi)} + \arccos\left(\frac{2-x}{3}\right)$. Állapítsuk meg f értelmezési tartományát és értékkészletét.

Mennyi $f\left(\frac{7}{2}\right)$?

(2008 December 4)

9. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos^2(3x)} + \arctg\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

(2008 December 4)

10. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$.

(2008 December 4)

11. Igazoljuk, hogy páratlan függvények szorzata páros.

(2008 December 4)

12. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \sin(x)}$.

(2008 november 18)

13. Számítsuk ki: $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln(\sin(x))}{\ln(x)}$.

(2008 november 18)

14. Számítsuk ki a következő határértékeket.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos^2(x)}{4x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0+0} \cos(x)^{\frac{1}{x}}$

(2005 December 9)

15. Adjuk meg az $f(x) = \sin(\sqrt{1+x^2})$ függvény második deriváltfüggvényét.

(2008 December 19)

16. Adjuk meg az $f(x) = \frac{\sin(2x) + x^3 e^{x-\pi}}{\cos(3\pi - x)}$ függvény érintőjének egyenletét a $\langle \pi, \pi^3 \rangle$ pontban.
(2008 December 4)

17. Adjuk meg az f függvény deriváltját: $f(x) = \sqrt[3]{\sin(x)\ln(2x) + \operatorname{arctg}(x^2 + 3)}$.
(2008 November 18)

18. Adjuk meg az f függvény deriváltját: $f(x) = \cos(\sqrt[3]{x^2 + 1}) + x\ln(\ln(x))$.
(2008 November 18)

19. Határozzuk meg f deriváltfüggvényét: $f(x) = \frac{\ln(1 + x^2 e^{-x})}{\sqrt{4 + \sin^3(x)}}$.
(2006 Január 4)

20. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right), & \text{ha } x \neq 0, \\ 0 & \text{ha } x = 0, \end{cases}$$

- (a) Határozzuk meg f' -t.
(b) α mely értékeire lesz f' folytonos?

(2005 December 9)

21. Legyen $f(x) = e^{-x}$.

- (a) adjuk meg f -nek azt az érintőjét, mely átmegy a $[3, f(3)]$ ponton.
(b) x mely értékére lesz az $xf(x)$ szorzat maximális?

(2005 December 9)

22. Határozzuk meg az alábbi y függvény deriváltját.

$$y = \frac{x^2 \sin(x) - \operatorname{arctg}(\sqrt{x})}{\ln(1 + x^2)}.$$

(2005 December 9)

23. Igazoljuk, hogy minden valós x, y számra $ch(x + y) = ch(x)ch(y) + sh(x)sh(y)$.
(2008 október 14)

24. Legyen $f(x) = \ln(1+x^2)$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növekvő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(2005 November 18)

25. Legyen $f(x) = e^{-x^2}$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növekvő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(2006 Január 4)

26. Legyen $f(x) = \frac{e^x}{x}$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növekvő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(2008 október 14)

27. Legyen $f(x) = \frac{2 + \ln(x)}{x}$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növekvő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(2008 december 4)

28. Legyen $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$. Határozzuk meg f értelmezési tartományát, vizsgáljuk

meg, hogy f páros/páratlan-e, határozzuk meg f határértékeit és aszimptotáit a megfelelő helyeken, határozzuk meg f szélsőérték-helyeit, inflexiós pontjait, és azokat a tartományokat ahol f monoton növő/csökkenő, illetve ahol f konvex/konkáv. Ezek alapján vázoljuk fel f grafikonját.

(2008 december 19)