

Vizsgatematika, valószínűesszámitás, 2022/2023 őszi félév

Tudni és érteni kell a fogalmakat, definíciókat, tételeket és bizonyításokat. Mindenre kell tudni példát mutatni, vagy az előadásról, vagy a gyakorlatról. Tételsorsolás után a vizsgázók papíron felkészülnek, majd élőszóban felelnek. Más tételbe is bele szoktam kérdezni.

1. Valószínűségi mező, klasszikus és geometriai valószínűségi mező. Példák, feladatok (kombinatorika és geometria). Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes tétele.
2. Diszkrét valószínűségi eloszlása, példák (Poisson, geometriai, binomiális, Bernoulli, hipergeometriai). Általános valószínűségi eloszlásfüggvénye, annak tulajdonságai, példák. (Abszolút) folytonos eloszlású valószínűségi változók, sűrűségfüggvény, példák: exponenciális, intervallumon egyenletes. Konvolúció, diszkrét és folytonos, példák. (Bernoulli összege binomiális, Poisson összege Poisson).
3. Kétdimenziós eloszlás fogalma diszkrét valószínűségi változókra, marginális eloszlások. Együttes sűrűségfüggvény és marginálisai. Feltételes sűrűségfüggvény képlete, feltételes várható érték. Példák. A regressziós feladat megoldása (ami a feltételes várható érték). Két független Gauss változó összege Gauss.
4. Várható érték, momentumok, szórásnégyzet. Kiszámítás diszkrét és folytonos valószínűségi változókra. Függetlenek szórásnégyzete összeadódik. Kovariancia, korreláció. Kiszámításuk, példák. Medián definíciója, mit minimalizál? EX pedig minimalizálja $E(X - a)^2$ -et.
5. Markov és Csebisev egyenlőtlenségei. Alkalmazások (gyakorlat). Eloszlásbeli konvergencia. Bizonyítás, hogy a sztochasztikusból következik az eloszlásbeli. Példa, hogy visszafelé nem igaz.
6. Konvergenciafajták: sztochasztikus, majdnem mindenütt, L^p . Bizonyítások, hogy L^p vagy majdnem mindenütt maga után vonja a sztochasztikust. Ellenpéldák, hogy visszafelé nem megy.
7. Nagy számok törvényei: gyenge, erős törvény. Bizonyítás a második momentum létezését feltételezve.
8. A de Moivre-Laplace tétel és bizonyítása. Gauss eloszlások, $N(\mu, \sigma^2)$.
9. Binomiális eloszlás konvergenciája Poisson-hoz.
10. Szimmetrikus bolyongás: egy valószínűségű visszatérés bizonyítása. A τ visszatérési idő eloszlásának kiszámolása tükrözési elvvel. $E\tau = \infty$.
11. Generátorfüggvény, elágazó folyamatok.