

Statisztika gyakorlat, 3. feladatsor

1. A $(0, \vartheta)$ intervallumon egyenletes eloszlásból vett n elemű minta alapján adjunk becslést a $\vartheta > 0$ paraméterre (több megoldás is lehetséges). Torzítatlan-e? Ha nem, tegyük azzá!

2. Tekintsük a következő diszkrét eloszlást:

$$P_{\vartheta}(X = k) = \binom{3}{k} \frac{(\vartheta - 1)^{3-k}}{\vartheta^3}, \quad k = 0, 1, 2, 3,$$

ahol $\vartheta > 1$ ismeretlen paraméter. Mutassuk meg, hogy semmilyen n -re sem lehet n elemű mintából torzítatlanul becsülni ϑ -t!

3. A $(\vartheta, \vartheta + 1)$ intervallumon egyenletes eloszlás esetén becsüljük a ϑ valós paramétert egyetlen megfigyelés alapján a $T_c(X) = [X + c] - c$ statisztikával.

(a) Mely c -re lesz ez torzítatlan?

(b) Számítsuk ki a szórásnégyzetét!

4. Torzítatlanok-e az alábbi becslések? Ha nem, gondolkodjunk azon, hogyan tehetnénk torzítatlanná.

(a) Mintaátlag a várható értékre.

(b) Tapasztalati szórásnégyzet a szórásnégyzetre.

(c) A mintaátlag reciproka az exponenciális eloszlás paraméterére.

5. A paraméter mely függvényeit lehet torzítatlanul becsülni a következő eloszláscsaládokból vett n elemű mintából?

(a) indikátor, (b) Poisson.

6. Egy ékszerműhelyben fülbevalókat készítenek, majd kettesével összecsomagolják őket. Mindegyik (darab) fülbevaló, egymástól függetlenül, p valószínűséggel rendelkezik valamilyen apró hibával. Jelölje X_i , hogy az i -edik párban hány hibás van.

a) Mutassuk meg, hogy $T = \sum_{i=1}^n X_i$ elégséges statisztika p -re!

b) $n = 4$ esetben írjuk fel a minta feltételes eloszlását a $T = 3$ feltételre nézve!