6. feladatsor, matematikai statisztika, 2024

1. Adjunk ML becslést a következő eloszláscsaládokban: $E(a, b)$, $E(-\theta, \theta)$, $E(\theta, 2\theta)$, $N(\mu, \sigma^2)$ (σ ismert), $N(\mu, \sigma^2)$ (μ ismert), $N(\mu, \sigma^2)$ (mindkét paraméter ismeretlen), geometriai, Poisson, exponenciális.

2. A Kossuth-téren rendezvényt tartottak, melyen részt vett 120 ELTE-s hallgató is. Rendbontás miatt a rendőrség véletlenszerűen letartóztatott 200 felvonulót, akik közül 22-en voltak ELTE-sek. Adjunk maximum likelihood becslést arra, hogy összesen hányan vettek részt a rendezvényen!

3. Tekintsünk egy n elemű mintát az alábbi sűrűségfüggvényű eloszlásból:

$$f_\theta(x) = \frac{2x}{3\theta^2}, \text{ ha } \theta \le x \le 2\theta, \quad 0 \text{ különben.}$$

   Itt $\theta > 0$ a paraméter.
   Adjuk meg a paraméter maximum likelihood becslését!

4. Tekintsünk egy n elemű mintát az alábbi sűrűségfüggvényű eloszlásból:

$$f_{\alpha,m}(x) = \frac{\alpha m^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \text{ ha } x \ge m, \quad 0 \text{ különben.}$$

   Itt $m > 0$, $\alpha > 0$ paraméterek.
   Adjuk meg a paraméterek maximum likelihood becslését!

5. Egy szerencsejáték-automata háromféle számot tud kipörgetni: 1-est $p/4$ eséllyel, 2-est $3p/4$ eséllyel, és 3-ast $(1-p)$ eséllyel, ahol $0 < p < 1$ ismeretlen paraméter. 10 menet eredménye a következõ lett:

$$2, 3, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 3, 2.$$

   Adjunk p-re maximum likelihood becslést!

6. Legyenek $X_1, \ldots, X_n$ és $Y_1, \ldots, Y_n$ független minták λ ill. $1/\lambda$ paramterű exponenciális eloszlásból. (A két minta független egymástól.) Adjuk meg λ ML-becslését.

7. Legyen $X_1, \ldots, X_n$ egy n elemű független minta az alábbi sűrűségfüggvényű eloszlásból:

$$f_\theta(x) = x^\theta(\theta+1), \ x \in [0,1], \ f_\theta(x) = 0 \text{ egyébként.}$$

   Itt $\theta \in [0, \infty)$ a paraméter. Adjuk meg θ maximum-likelihood becslését!