4. feladatsor, matematikai statisztika, 2024

Teljes statisztika: A $T(X)$ statisztika *teljes*, ha tetszőleges $\varphi(T)$ függvényére $E_\vartheta\big(\varphi(T)\big) = 0$, $\forall\vartheta \in \Theta$, pontosan akkor, ha $\varphi(T) = 0$ $\mathcal{P}$-m.m. Ha ez csak korlátos φ függvényekre igaz, akkor korlátosan teljesnek mondjuk T-t.
Blackwellizálás: Legyen S elégséges statisztika. A ϑ paraméter $g(\vartheta)$ függvényére adott T torzítatlan becslés *blackwellizáltja* a $T' = E_\vartheta(T|S)$ becslés. Ez is torzítatlan és $D^2_\vartheta(T') \leq D^2_\vartheta(T)$, $\forall\vartheta \in \Theta$. Ha S teljes is, akkor T' *hatásos*, azaz $D^2_\vartheta(T') \leq D^2_\vartheta(Z)$ minden θ-ra és minden torzítatlan Z-re.

1. p paraméterű geometriai eloszlású mintánál adjunk egyszerű torzítatlan becslést $p(1-p)$-re, majd blackwellizáljuk!

2. n elemű Poisson mintánál adjunk egyszerű becslést $e^{-\lambda}$-ra, majd blackwellizáljuk.

3. Vegyünk egy n elemű mintát a $0 < p < 1$ paraméterű indikátoreloszlásból.
(a) Adjunk $g(p) = p^k$-ra egyszerű torzítatlan becslést ($k \leq n$).
(b) Blackwellizálással adjunk hatásos becslést $g(p)$-re!

4. A $(0, \vartheta)$ intervallumon egyenletes eloszlásból vett n elemű minta esetén blackwellizáljuk a $\vartheta > 0$ paraméter $T(X) = (n+1)X_1^*$ becslését. Hatásos-e?

5. A $(\vartheta, \vartheta + 1)$ intervallumon egyenletes eloszlásból vett n elemű minta esetén blackwellizáljuk a paraméter $T(X) = [X_1]$ becslését.