1. ZH

Mindegyik feladat 10 pontot ér.

1. Legyen az S_t, $t \in \mathbb{Z}$ folyamat spektrális sűrűségfüggvénye $\phi_S(u) = 1$, ha $u \in [-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi]$ és $\phi_S(u) = 0$ egyébként. Számítsuk ki az $R_S(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ kovarianciafüggvényt!

2. Az X_t ARMA folyamat eleget tesz a
$$X_t - \frac{5}{6}X_{t-1} + \frac{1}{6}X_{t-2} = \varepsilon_t,$$
rekurziónak, ahol ε_t fehér zaj. Adjuk meg X_t végtelen mozgóátlag előállítását ε_t-ből!

3. Legyen S_t ugyanaz, mint az 1. feladatban, legyen N_t tőle független fehér zaj, $EN_t^2 = 1$. Adjuk meg a Wiener-szűrő együtthatóit, amellyel $X_t := S_t + N_t$, $t \in \mathbb{Z}$-ből a legkisebb négyzetes hibával becsülhetjük meg S_0-t! (Mielőtt hosszas számolásba bonyolódnánk, gondolkodjunk el, rátekintve az 1. feladatra!)

4. Az X_t ARMA folyamat eleget tesz a
$$X_t - \frac{1}{3}X_{t-1} = \varepsilon_t - \frac{1}{2}\varepsilon_{t-1},$$
rekurziónak, ahol ε_t fehér zaj. Adjuk meg $\hat{X}_{t+1}$-et, azaz az X_{t+1} legkisebb négyzetes értelemben legjobb lineáris közelítését az $(X_t, X_{t-1}, \ldots)$ múltból! Adjuk meg a végtelen soros előállítást illetve a rekurziót is!