

# DIPLOMAMUNKA BÍRÁLAT

<b>Bírált mű címe:</b>	Kvantum rendszerek állapotrekonstrukciója
<b>Bírált mű szerzője:</b>	Szántó András
<b>Bíró:</b>	Weiner Mihály
<b>Értékelés:</b>	5-ös (jeles)

## Részletes indoklás (szöveges bírálat):

A diplomamunka központi kérdése  $M_4(\mathbb{C})$ , azaz a  $4 \times 4$  -es komplex mátrixok algebrájának fölbontása páronként kvázi-ortogonális (a bírált műben *komplementárisnak* hívott) részalgebrák rendszerére. A motíváció az ilyen felbontások vizsgálatához a kvantum-információ elméletből ered.

Egy kvantum rendszer állapotát — hiába áll rendelkezésünkre a rendszerből több példány is, mind ugyanabba az állapotba beállítva — egyféle mérés elvégzésével általában nem lehet megállapítani. Ezért egy kísérlet során többféle mérésre is szükség lehet. Ha a lehető legkevesebb féle mérést a lehet legkevesebbszer ismételve kívánunk információhoz jutni, akkor — egy véges szintű kvantum rendszer esetében — matematikailag ehhez arra van szükségünk, hogy  $M_n(\mathbb{C})$ -ben páronként kvázi-ortogonális maximális ábel  $\mathcal{C}^*$ -részalgebrákból (röviden: „MASA” -kből) álló rendszereket találjunk.

Más páronként ortogonális részalgebra rendszerek is érdekesek (nem csak az olyanok, amik MASA -kből állnak). Például a kvantum-számítógépek (egyelőre elvi lehetősége) miatt fölmerül az az eset is, amikor a teljes algebra  $M_{2^n}(\mathbb{C})$  (azaz  $n$  kvantum-bit), a részalgebrák pedig izomorfak  $M_2(\mathbb{C})$  -vel (azaz mindegyik rész egy egyedi kvantum-bit).

Dimenzionális okok miatt  $M_4(\mathbb{C}) = M_2(\mathbb{C})$  -ben, azaz a két kvantum-bites rendszerben legföljebb 5 olyan páronként kvázi-ortogonális részalgebra lehet, amelyek mindegyike vagy egy MASA (azaz egy teljes mérés) vagy egy  $M_2(\mathbb{C})$  -vel izomorf (azaz egy kvantum-bit). Korábbról ismert volt, hogy meg lehet adni 5 páronként kvázi-ortogonális MASA -t, azonban nincs 5 páronként kvázi-ortogonális  $M_2(\mathbb{C})$  -vel izomorf részalgebra, továbbá, hogy van viszont olyan 5 páronként kvázi-ortogonális részalgebra, ami közül 4

izomorf  $M_2(\mathcal{C})$  -vel, egy pedig egy MASA. A jelen diplomamunka legfontosabb eredménye szerint, pontosan akkor lehet megadni 5 páronként kvázi-ortogonális, MASA -kból illetve  $M_2(\mathcal{C})$  -vel izomorf részalgebrákból álló rendszert, ha ezen utóbbiak száma páros.

Némi kívánnivalót hagy maga után a diplomamunka *leírása*. Míg a saját eredmények világosan ki vannak fejtve, addig a bevezetők (például a „kvantummechanika matematikája” fejezet) néha kissé homályosak, illetve pontatlanok. Jó példa erre, ahogy a komplementaritás (kissé hibásan) a 14. oldalon el van magyarázva, illetve, az ott szereplő,  $M_k(\mathcal{C})$  -vel izomorf részalgebrákra „tételként” kimondott állítás, mely után bizonyítás helyett egy referencia szerepel (kár az állítást csak az  $M_k(\mathcal{C})$  esetére kimondani, hiszen a bizonyítás ettől nem lesz könnyebb, és kár referenciát adni — azt az érzetet keltve, mintha itt valami mély dologról lenne szó — mikor a „bizonyítás” egy triviális zárójel-felbontás). Azonban, az elért eredmény jó és színvonalas; nemzetközi tudományos folyóiratban közlésre is alkalmas. Ezért a diplomamunka eredményét jelesre értékelem.