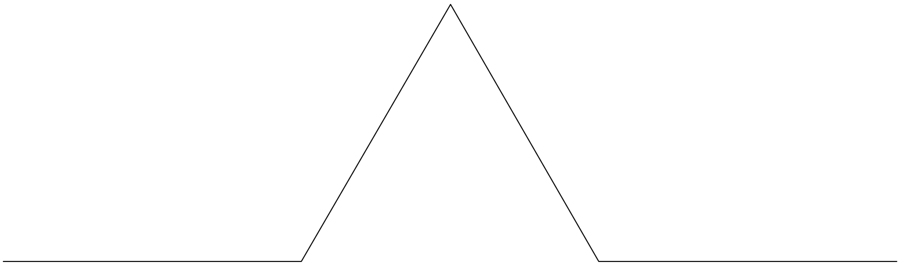
Pac-Man-ek esete a hópehely görbével

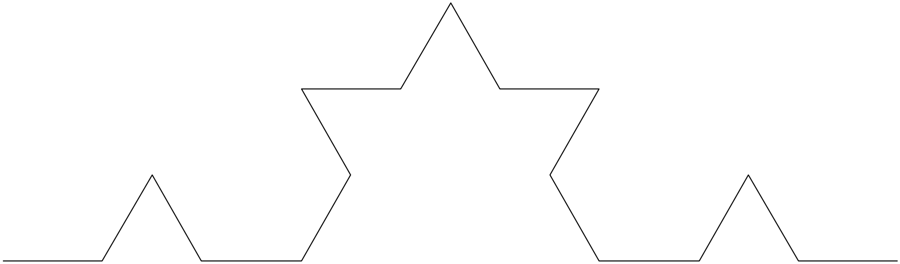
Harangi Viktor

A Koch-féle hópehely görbe

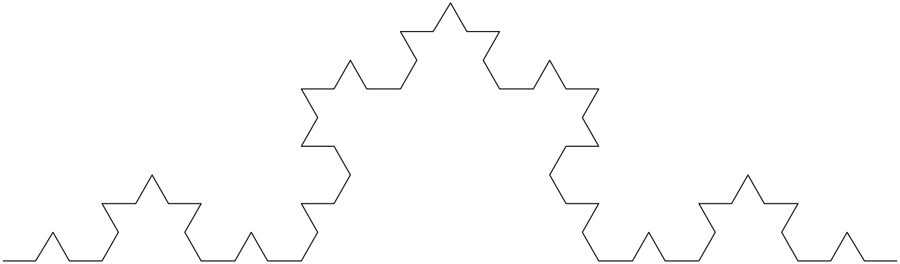
A Koch-féle hópehely görbe



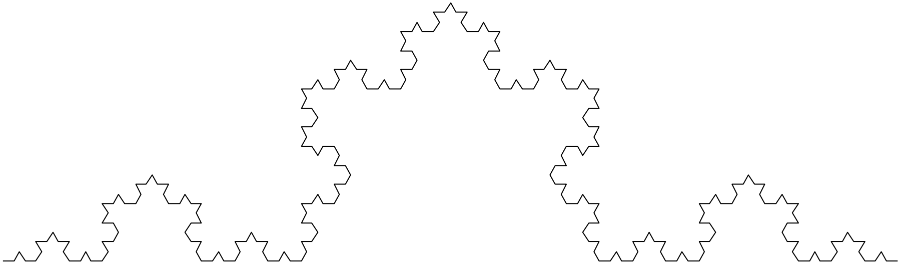
A Koch-féle hópehely görbe



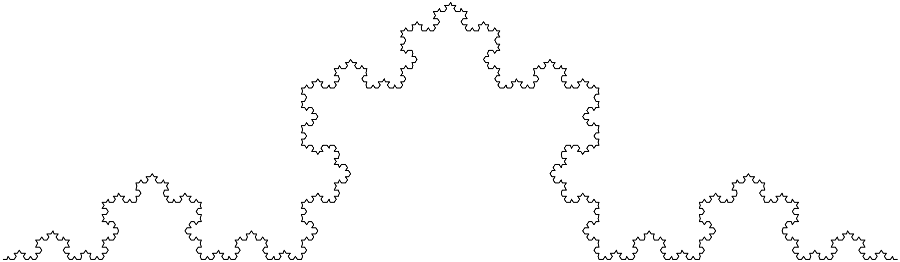
A Koch-féle hópehely görbe



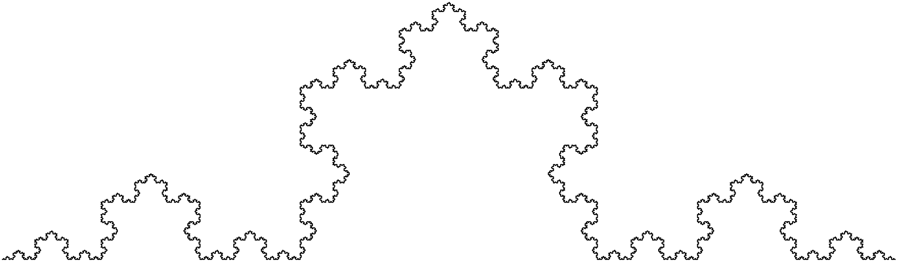
A Koch-féle hópehely görbe



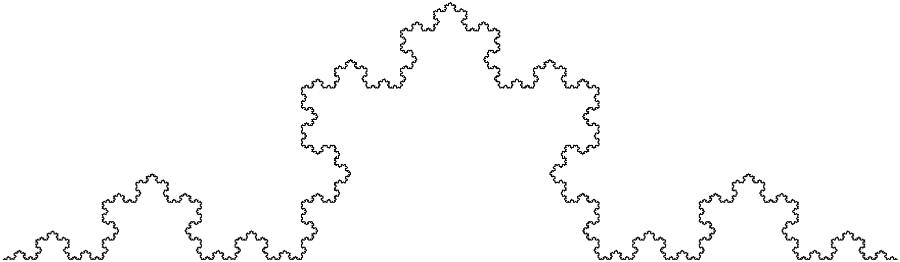
A Koch-féle hópehely görbe



A Koch-féle hópehely görbe

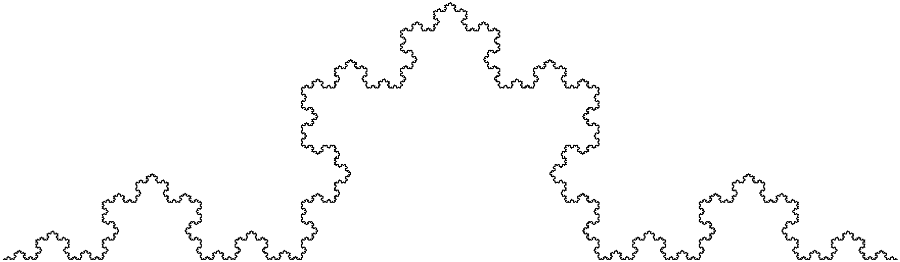


A Koch-féle hópehely görbe



Tulajdonságai:

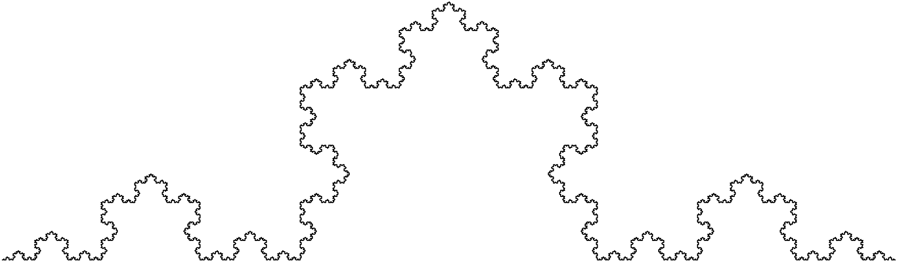
A Koch-féle hópehely görbe



Tulajdonságai:

- önhasonló halmaz

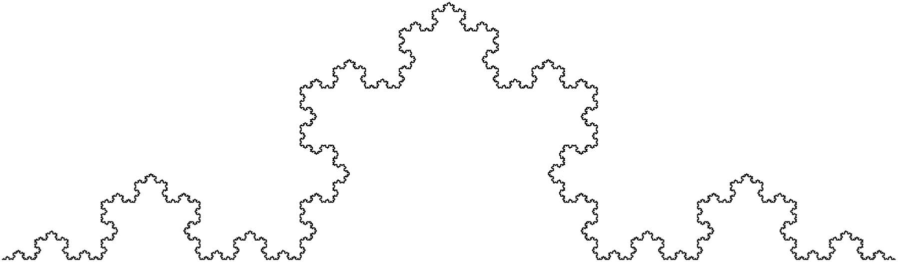
A Koch-féle hópehely görbe



Tulajdonságai:

- önhasonló halmaz
- dimenziója $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1,26$

A Koch-féle hópehely görbe



Tulajdonságai:

- önhasonló halmaz
- dimenziója $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1,26$
- folytonos görbe

A Koch görbe tubus-nulla-e?

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.
Síkon: tubus $=$ sáv.

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.
Síkon: tubus = sáv.
Egy T sáv szélességét $w(T)$-vel jelöljük.

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.
Síkon: tubus = sáv.
Egy T sáv szélességét $w(T)$-vel jelöljük.

Definíció

Egy síkbeli $E \subset \mathbb{R}^2$ halmaz *tubus-nulla*, ha lefedhető tetszőlegesen kis össz-szélességű sávokkal.

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.
Síkon: tubus = sáv.
Egy T sáv szélességét $w(T)$-vel jelöljük.

Definíció

Egy síkbeli $E \subset \mathbb{R}^2$ halmaz *tubus-nulla*, ha lefedhető tetszőlegesen kis össz-szélességű sávokkal.
Azaz: minden $\varepsilon > 0$ esetén léteznek $T_1, T_2, \ldots$ sávok, melyekre

$$E \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} T_i \quad \text{valamint} \quad \sum_{i=1}^{\infty} w(T_i) < \varepsilon.$$

A Koch görbe tubus-nulla-e?

Tubus: egy $l \subset \mathbb{R}^d$ egyenes r sugarú környezete.
Síkon: tubus = sáv.
Egy T sáv szélességét $w(T)$-vel jelöljük.

Definíció

Egy síkbeli $E \subset \mathbb{R}^2$ halmaz *tubus-nulla*, ha lefedhető tetszőlegesen kis össz-szélességű sávokkal.
Azaz: minden $\varepsilon > 0$ esetén léteznek $T_1, T_2, \ldots$ sávok, melyekre

$$E \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} T_i \quad \text{valamint} \quad \sum_{i=1}^{\infty} w(T_i) < \varepsilon.$$

Tétel

A Koch görbe tubus-nulla, azaz lefedhető tetszőlegesen kis össz-szélességű sávokkal.

Egyszerű észrevételek

- Egy tubus-nulla halmaz Lebesgue mértéke 0.

Egyszerű észrevételek

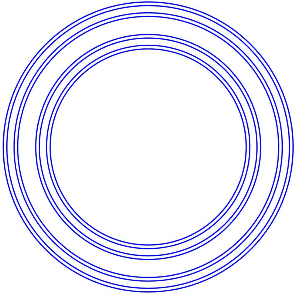
- Egy tubus-nulla halmaz Lebesgue mértéke 0.
- Ha egy síkbeli E halmaz valamilyen irányú vetülete nullmértékű, akkor E nyilván tubus-nulla.
  Speciálisan: teljesen rektifikálhatatlan 1-halmazok.

Egyszerű észrevételek

- Egy tubus-nulla halmaz Lebesgue mértéke 0.
- Ha egy síkbeli E halmaz valamilyen irányú vetülete nullmértékű, akkor E nyilván tubus-nulla.
  Speciálisan: teljesen rektifikálhatatlan 1-halmazok.
- Minden σ-véges $\mathcal{H}^1$-mértékű halmaz tubus-nulla.

Egyszerű észrevételek

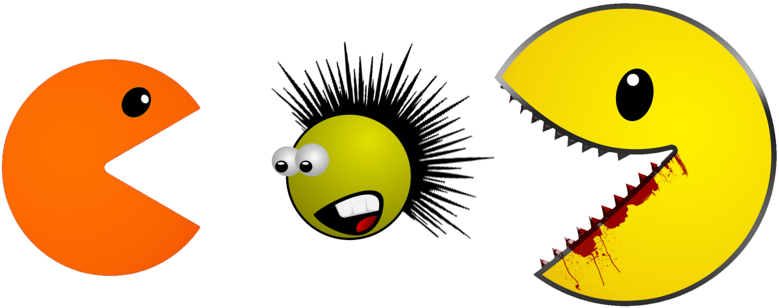
- Egy tubus-nulla halmaz Lebesgue mértéke 0.
- Ha egy síkbeli E halmaz valamilyen irányú vetülete nullmértékű, akkor E nyilván tubus-nulla.
  Speciálisan: teljesen rektifikálhatatlan 1-halmazok.
- Minden σ-véges $\mathcal{H}^1$-mértékű halmaz tubus-nulla.
- Egy $H \subset [1, 2]$ halmazra legyen $E_H = \left\{x \in \mathbb{R}^2 : |x| \in H\right\}$.



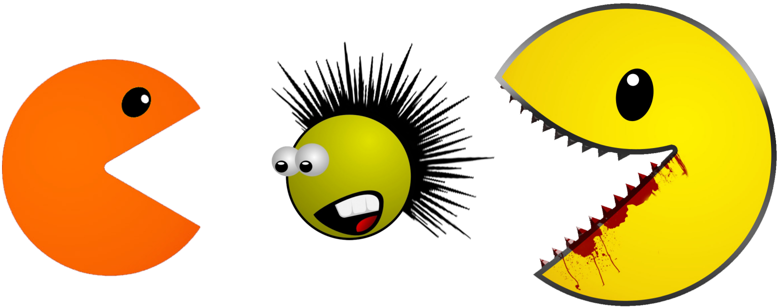
  - $\mathcal{H}^{1/2}(H) = 0 \Rightarrow E_H$ tubus-nulla.
  - $\dim(H) > 1/2 \Rightarrow E_H$ **nem** tubus-nulla.

Most egy kicsit más:

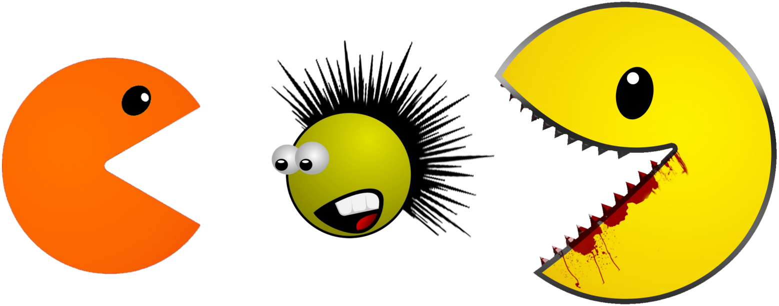
Most egy kicsit más: három Pac-Man :-)



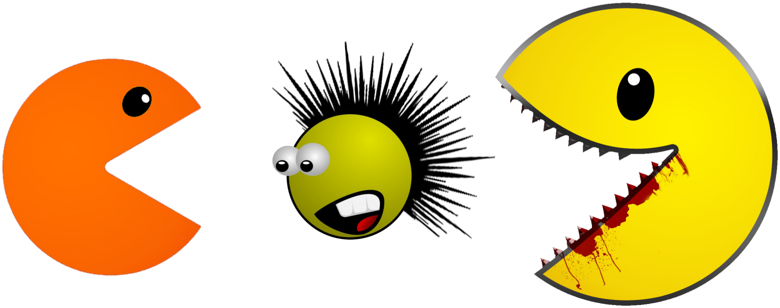
Most egy kicsit más: három Pac-Man :-)

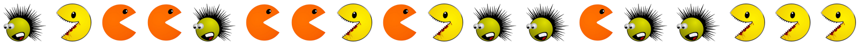


Most egy kicsit más: három Pac-Man :-)



Most egy kicsit más: három Pac-Man :-)

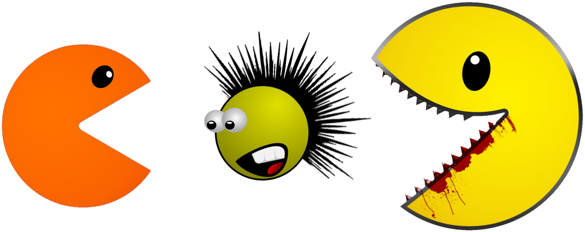




$\longrightarrow$ 

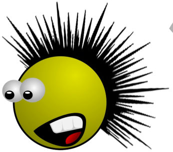
Túlélési esélyek

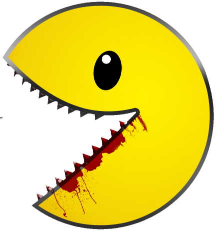
B A C



Túlélési esélyek

B A C

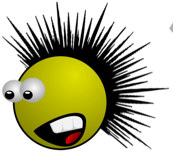
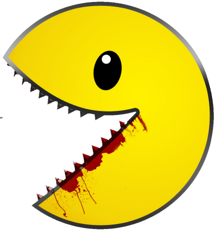




0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

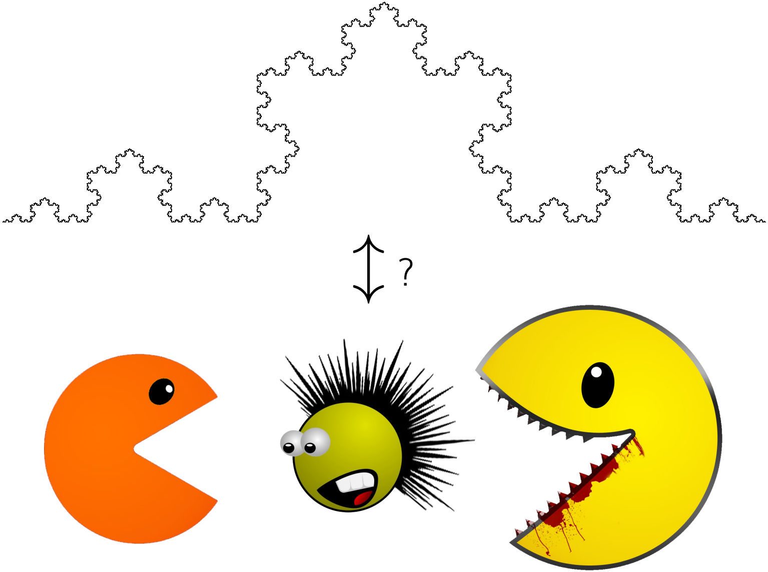
Túlélési esélyek

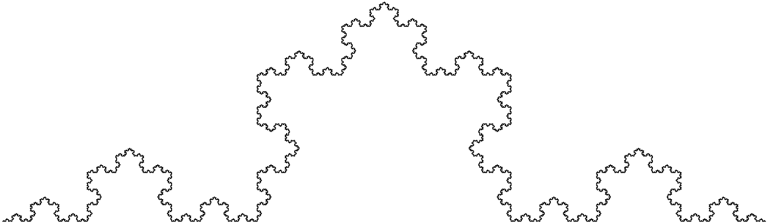
B A C

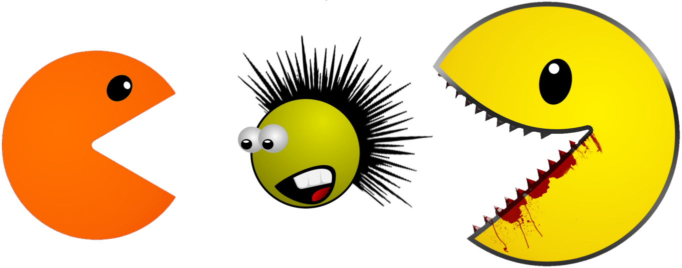
0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

Általános túlélési esély: $\frac{1}{3} \cdot \left(0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{18} < \frac{1}{3}$





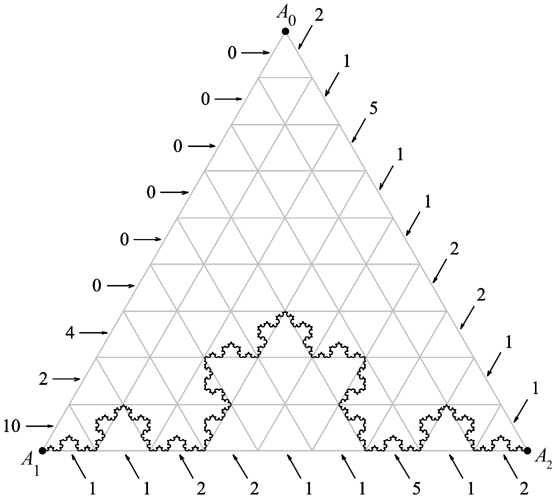
$\updownarrow$?



Ha a túlélési esély kisebb, mint $1/3$, akkor a Koch görbe tubus-nulla!

Sávok fedési számai

Sávok fedési számai



Sávok nagy fedési számmal

Sávok nagy fedési számmal

Mohók vagyunk: olyan sávokkal fedünk, melyeknek nagy a fedési száma.

Sávok nagy fedési számmal

Mohók vagyunk: olyan sávokkal fedünk, melyeknek nagy a fedési száma.
Kéne: minden darabot fed legalább egy ilyen sáv.

Sávok nagy fedési számmal

Mohók vagyunk: olyan sávokkal fedünk, melyeknek nagy a fedési száma.
Kéne: minden darabot fed legalább egy ilyan sáv.

Állítás

Vegyünk egy n-edik szintű darabkát és a rajta átmenő három n-edik szintű sávot. Ezen sávokhoz tartozó fedési számok szorzata legalább 2^n.

Sávok nagy fedési számmal

Mohók vagyunk: olyan sávokkal fedünk, melyeknek nagy a fedési száma.
Kéne: minden darabot fed legalább egy ilyan sáv.

Állítás

Vegyünk egy n-edik szintű darabkát és a rajta átmenő három n-edik szintű sávot. Ezen sávokhoz tartozó fedési számok szorzata legalább 2^n.

Bizonyítás: Teljes indukció. Az n-edik szintű darabka felfogható mint valamelyik első szintű darabka $n-1$-edik szintű darabkája. Ebben az első szintű darabkában tekintve a fedési számokat: azok szorzata legalább 2^{n-1}. Viszont a vízszintes sáv fedési száma a teljes görbében legalább kétszeres!

Sávok nagy fedési számmal

Mohók vagyunk: olyan sávokkal fedünk, melyeknek nagy a fedési száma.
Kéne: minden darabot fed legalább egy ilyan sáv.

Állítás

Vegyünk egy n-edik szintű darabkát és a rajta átmenő három n-edik szintű sávot. Ezen sávokhoz tartozó fedési számok szorzata legalább 2^n.
Bizonyítás: Teljes indukció. Az n-edik szintű darabka felfogható mint valamelyik első szintű darabka $n-1$-edik szintű darabkája. Ebben az első szintű darabkában tekintve a fedési számokat: azok szorzata legalább 2^{n-1}. Viszont a vízszintes sáv fedési száma a teljes görbében legalább kétszeres!

Következmény

Minden n-edik szintű darabkára fennáll, hogy a rajta *átmenő* három n-edik szintű sáv közül az egyiknek a fedési száma legalább $2^{n/3}$.

A görbe mohó fedése

A görbe mohó fedése

- Vegyük az összes olyan n-edik szintű darabkát, melynek legalább $2^{n/3}$ a fedési száma.

A görbe mohó fedése

- Vegyük az összes olyan n-edik szintű darabkát, melynek legalább $2^{n/3}$ a fedési száma.
- Az előzőek szerint ezek fedik K-t.

A görbe mohó fedése

- Vegyük az összes olyan *n*-edik szintű darabkát, melynek legalább $2^{n/3}$ a fedési száma.
- Az előzőek szerint ezek fedik K-t.
- Az a célunk, hogy megmutassuk, hogy az ilyen sávok száma *nagyon kicsi* (3^n-hez képest).

A görbe mohó fedése

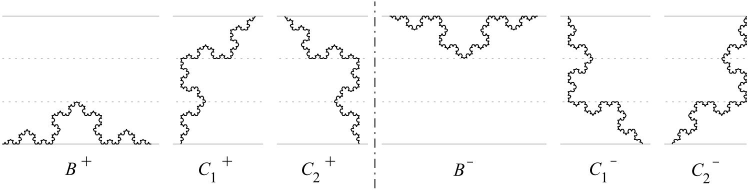
- Vegyük az összes olyan n-edik szintű darabkát, melynek legalább $2^{n/3}$ a fedési száma.
- Az előzőek szerint ezek fedik K-t.
- Az a célunk, hogy megmutassuk, hogy az ilyen sávok száma *nagyon kicsi* (3^n-hez képest).
  Mivel egy n-edik szintű sáv szélessége 3^{-n}, ezért ekkor az összszélesség is *nagyon kicsi* lenne.

A görbe mohó fedése

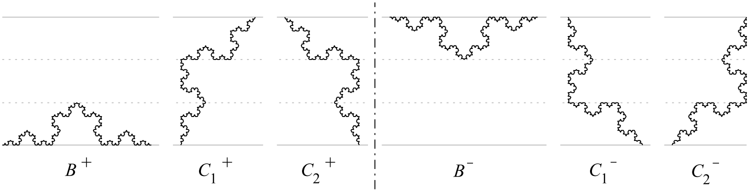
- Vegyük az összes olyan n-edik szintű darabkát, melynek legalább $2^{n/3}$ a fedési száma.
- Az előzőek szerint ezek fedik K-t.
- Az a célunk, hogy megmutassuk, hogy az ilyen sávok száma *nagyon kicsi* (3^n-hez képest).
  Mivel egy n-edik szintű sáv szélessége 3^{-n}, ezért ekkor az összszélesség is *nagyon kicsi* lenne.
- DE: hogyan tudjuk meghatározni a fedési számokat?

A darabkák típusai

A darabkák típusai

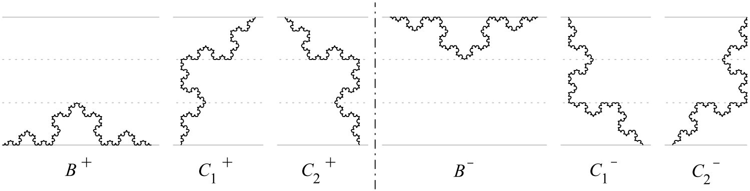


A darabkák típusai



- Kétféle *körüljárás*.

A darabkák típusai



- Kétféle *körüljárás*.
- *Átlós* és *szélső* darabkák.

Fedési vektorok

Minden sávhoz hozzárendelünk egy (v_1, v_2) *fedési vektort*:

- v_1: a sáv által fedett szélső darabkák száma;
- v_2: a sáv által fedett átlós darabkák száma.

Fedési vektorok

Minden sávhoz hozzárendelünk egy (v_1, v_2) *fedési vektort*:

- v_1: a sáv által fedett szélső darabkák száma;
- v_2: a sáv által fedett átlós darabkák száma.

Egy sáv fedési vektora meghatározza az általa tartalmazott következő szintű három sáv fedési vektorait!

Fedési vektorok

Minden sávhoz hozzárendelünk egy (v_1, v_2) *fedési vektor*t:

- v_1: a sáv által fedett szélső darabkák száma;
- v_2: a sáv által fedett átlós darabkák száma.

Egy sáv fedési vektora meghatározza az általa tartalmazott következő szintű három sáv fedési vektorait!

Állítás

Egy (v_1, v_2) fedési vektor az alábbi három fedési vektort indukálja a következő szinten:

$$(2v_1, 2v_1 + v_2); \quad (0, v_2); \quad (v_2, v_2).$$

Fedési vektorok

Minden sávhoz hozzárendelünk egy (v_1, v_2) *fedési vektort*:

- v_1: a sáv által fedett szélső darabkák száma;
- v_2: a sáv által fedett átlós darabkák száma.

Egy sáv fedési vektora meghatározza az általa tartalmazott következő szintű három sáv fedési vektorait!

Állítás

Egy (v_1, v_2) fedési vektor az alábbi három fedési vektort indukálja a következő szinten:

$$(2v_1, 2v_1 + v_2); \quad (0, v_2); \quad (v_2, v_2).$$

Azaz: a következő szintű fedési vektorokat úgy kaphatjuk, hogy az alábbi 2×2-es mátrixokkal szorzunk jobbról:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hogyan határozhatjuk meg a fedési számokat?

Hogyan határozhatjuk meg a fedési számokat?

- Rögzítsünk egy irányt és vegyük a 0-adik szintű sávot ebben az irányban.

Hogyan határozhatjuk meg a fedési számokat?

- Rögzítsünk egy irányt és vegyük a 0-adik szintű sávot ebben az irányban.
- Ennek a sávnak a **v** fedési vektora $(1, 0)$ vagy $(0, 1)$.

Hogyan határozhatjuk meg a fedési számokat?

- Rögzítsünk egy irányt és vegyük a 0-adik szintű sávot ebben az irányban.
- Ennek a sávnak a $\mathbf{v}$ fedési vektora $(1,0)$ vagy $(0,1)$.
- Az n-edik szintű sávok fedési vektorai:
  vesszük az olyan n hosszú mátrix-szorzatokat, melyben minden tényező A, B, C valamelyike; $\mathbf{v}$-t jobbról kell szoroznunk egy ilyen mátrix-szorzattal.

Hogyan határozhatjuk meg a fedési számokat?

- Rögzítsünk egy irányt és vegyük a 0-adik szintű sávot ebben az irányban.
- Ennek a sávnak a $\mathbf{v}$ fedési vektora $(1, 0)$ vagy $(0, 1)$.
- Az n-edik szintű sávok fedési vektorai:
  vesszük az olyan n hosszú mátrix-szorzatokat, melyben minden tényező A, B, C valamelyike; $\mathbf{v}$-t jobbról kell szoroznunk egy ilyen mátrix-szorzattal.
- Az n-edik szintű sávok fedési számai:

$$\mathbf{v} M_1 M_2 \cdots M_n \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}},$$

ahol $M_i \in \{A, B, C\}; i = 1, 2, \ldots, n$.

A mátrix-szorzatok kiszámítása

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \end{array}$$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$BA = B$$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$BA = B$ $\qquad$ $BB = B$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

$$BA = B$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

$$BB = B$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

$$BC = C$$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$BA = B$ $\qquad$ $BB = B$ $\qquad$ $BC = C$ $\qquad$ $CC = C$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$BA = B \qquad BB = B \qquad BC = C \qquad CC = C$$

- Vagyis elég sok egyszerűsítés elvégezhető, például:

$$BAABAC = BC = C.$$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

$$\begin{array}{cccc}
 & \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$BA = B$ $\quad BB = B$ $\quad BC = C$ $\quad CC = C$

- Vagyis elég sok egyszerűsítés elvégezhető, például:

$$BAABAC = BC = C.$$

- Miután minden szóba jövő egyszerűsítést elvégeztünk, ilyen alakú szorzat marad:

$$(C)A^{k_1}CA^{k_2}C\cdots CA^{k_r}(B \text{ or } C).$$

A mátrix-szorzatok kiszámítása

A mátrix-szorzatok kiszámítása

- $A^k = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 2^k & 2^{k+1} - 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $CA^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2^k & 2^{k+1} - 1 \end{pmatrix}$.

A mátrix-szorzatok kiszámítása

- $A^k = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 2^k & 2^{k+1}-2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $CA^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2^k & 2^{k+1}-1 \end{pmatrix}$.
- Innen már könnyen adódik, hogy a szorzatmátrixban az elemek összege legfeljebb

$$L \cdot 2^{(k_1+1)+(k_2+1)+\cdots+(k_r+1)} \leq 2^{c_0+redukalt\_hossz},$$

ahol L, c_0 abszolút konstansok és *redukalt_hossz* a szorzat egyszerűsítések utáni hosszát jelöli.

A mátrix-szorzatok kiszámítása

- $A^k = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 2^k & 2^{k+1} - 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $CA^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2^k & 2^{k+1} - 1 \end{pmatrix}$.
- Innen már könnyen adódik, hogy a szorzatmátrixban az elemek összege legfeljebb

  $$L \cdot 2^{(k_1+1)+(k_2+1)+\cdots+(k_r+1)} \leq 2^{c_0 + redukalt\_hossz},$$

  ahol L, c_0 abszolút konstansok és $redukalt\_hossz$ a szorzat egyszerűsítések utáni hosszát jelöli.
- Fedési szám: $\leq 2^{c_0 + redukalt\_hossz}$.

Új probléma

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.
- Vegyünk egy A, B, C betűkből álló véletlen sorozatot (minden betűt egymástól függetlenül egyenletes eloszlással választunk).

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.
- Vegyünk egy A, B, C betűkből álló véletlen sorozatot (minden betűt egymástól függetlenül egyenletes eloszlással választunk).
- Elvégezzük az összes lehetséges egyszerűsítést a következő szabályok szerint: $BA = B$; $BB = B$; $BC = C$; $CC = C$.

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.
- Vegyünk egy A, B, C betűkből álló véletlen sorozatot (minden betűt egymástól függetlenül egyenletes eloszlással választunk).
- Elvégezzük az összes lehetséges egyszerűsítést a következő szabályok szerint: $BA = B$; $BB = B$; $BC = C$; $CC = C$.
- A sorozat redukált hossza az egyszerűsítést *túlélő* betűk száma.

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.
- Vegyünk egy A, B, C betűkből álló véletlen sorozatot (minden betűt egymástól függetlenül egyenletes eloszlással választunk).
- Elvégezzük az összes lehetséges egyszerűsítést a következő szabályok szerint: $BA = B; BB = B; BC = C; CC = C$.
- A sorozat redukált hossza az egyszerűsítést *túlélő* betűk száma.
- Kéne: egy n hosszú véletlen sorozat redukált hossza nagy valószínűséggel kisebb, mint $n/3 - c_0$.

Új probléma

- Elfelejthetjük, hogy A, B, C mátrixokat jelölnek.
- Vegyünk egy A, B, C betűkből álló véletlen sorozatot (minden betűt egymástól függetlenül egyenletes eloszlással választunk).
- Elvégezzük az összes lehetséges egyszerűsítést a következő szabályok szerint: $BA = B$; $BB = B$; $BC = C$; $CC = C$.
- A sorozat redukált hossza az egyszerűsítést *túlélő* betűk száma.
- Kéne: egy n hosszú véletlen sorozat redukált hossza nagy valószínűséggel kisebb, mint $n/3 - c_0$.

Állítás

Létezik $a < 1$ konstans úgy, hogy

$$\mathbf{P}(\text{a redukált hossz legalább } n/3 - c_0) < a^n.$$