

A számítástudomány alapjai

1. gyakorlat, 2013. szeptember 9 illetve 12.

Elemi leszámítások, binomiális tétel, skatulya-elv, szita-formula

- Hányféleképpen tudunk n iskolást sorba állítani? Hányféleképpen tehetjük meg, ha Jancsi és Juliska mindenképp egymás mellé akar állni?
- Húsz egyforma cédula közül nyolcra „1”-et, ötre „2”-öt, hétre „3”-at írunk. Hányféleképpen rakhatjuk sorba őket?
 $20!/(8!5!7!)$
- Hány részhalmaza van egy n -elemű halmaznak? Hányféle n hosszúságú 0/1 sorozat létezik? Mennyi az olyan 0/1 sorozatok száma, amelyek pontosan k db 1-est tartalmaznak?
- Bizonyítsuk be, hogy egy 100 fős társaságban mindig van legalább 9, aki ugyanabban a hónapban született!
- Hányféleképpen osztható egy 30 fős osztály hat, ötfős csapatra? (ZH)
- Hat pár fekete és ugyanannyi kék zoknid – amelyeket, sajnos nem párosítottál össze – összekeveredett a fiókban. Teljes sötétségben hány darabot kell kivenned a 24-ből, hogy biztosan legyen közöttük egy összeillő pár? És ha feltétlenül kék zokniban szeretnél egyetemre menni?
- A cirkusz porondjára 3 tigris, 4 oroszlán és 2 párduc vonul be libasorban. Hányféle lehet a sorrend, ha az azonos fajú állatokat nem tudjuk megkülönböztetni?
 - Egy versenyen 22-en indulnak; az újságok az első nyolc helyezett nevét közlik. Hányféle lehet ez a lista?
 - A biciklis klub tagjai négyjegyű tagsági számokat kapnak. A biciklisták babonásak, félnek a 8-astól. Hány olyan tagsági szám lehet, amiben nincs 8-as (de 0-val kezdődhet)?
 - Hány ötöslottó szelvényt kell kitöltenünk, hogy biztosan legyen telitalálatosunk? És hatoslottó szelvényt? Hány szelvény szükséges a totón a legalább öt találathoz (a tizenháromból)?
- Hányféleképpen állhat sorba n fiú és n lány úgy, hogy azonos neműek ne álljanak egymás mellett?
- Hányféleképpen juthatunk el New Yorkban a 14. utca és a 10. avenue sarkáról a 23. utca és az 5. avenue kereszteződésébe, ha mindig közterületen kell a cél felé haladnunk?
- Egy 15 tagú klub elnököt, titkárt és jegyzőt választ. Hányféleképpen tehetik ezt?
 - És ha a népszerű Kovács úrnak mindenképp szeretnének valamilyen tisztséget adni?
 - Egy gimnáziumban 16 osztály van, az osztálylétszám mindenütt 40. Mindegyik osztály 5 tagú küldöttséget küld az iskolai diákbizottságba. Hányféle lehet a diákbizottság összetétele?
 - Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben szerepel az 5-ös számjegy? (Egy szám nem kezdődhet 0-val).
- Tudományosan igazolt tény, hogy az atlantiszi országok zászlaja 3 vízszintes sávból áll, minden sáv a piros, fehér, zöld, kék, sárga, fekete színek valamelyikére van színezve, úgy, hogy a szomszédos sávok különböző színűek legyenek. Természetesen különböző országok lobogói egymástól különbözőek. Legfeljebb hány ország létezhetett atlantiszban? Legfeljebb hány olyan ország lehet, melynek zászlajában van piros sáv?
- Egy 99 elemű halmaznak páros vagy páratlan elemszámú részhalmazából van-e több? Hát egy 100-elemű halmaznak?
- Feldobunk tíz egyforma dobókockát. Hányféle lehet az eredmény?

14. Minimálisan hány töréssel lehet egy 4×5 -ös csokitáblát egyes kockákra tördelni?
15. Hány bástyát lehet elhelyezni úgy a sakktáblán, hogy egyik se üsse a másikat? És hányféleképpen helyezhető el ez a maximális számú bástya a sakktáblán úgy, hogy ne álljanak ütésben? (Mik a válaszok futókra?(*))
16. Bizonyítsd be, hogy bármely pozitív egész n számra $\sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} = n \cdot 2^{n-1}$.
17. Hány olyan 10 hosszú dobássorozat van a dobókockával, melyben a dobott számok összege 3-mal osztható?
18. Hány különböző módon lehet kitölteni egy ötöslottószelvényt? Hány 5-, 4-, 3- ill. 2-találatos lesz ezek között a sorsolás után?