

## Kombinatorika és gráfelmélet 2.

6. gyakorlat, 2012. március 14.

*Ramsey elmélet, gyakorlás*

1. Mutassuk meg, hogy minden legalább 6 csúcsú  $G$  gráfra  $\omega(G) \geq 3$  vagy  $\alpha(G) \geq 3$ .
2. Mutassuk meg, hogy minden legalább 10 csúcsú  $G$  gráfra  $\omega(G) \geq 4$  vagy  $\alpha(G) \geq 3$ .
3. A sík pontjait kiszínezte valaki pirosra, fehérre és zöldre. Igazoljuk, hogy mindenképpen keletkezett egyszínű, egymástól egységnyi távolságra levő pontpár!
4. Igazoljuk, hogy a ki lehet színezni a sík pontjait 9 színnel úgy, hogy ne legyen egyszínű, egymástól egységnyi távolságra levő pontpár! Igazoljuk az állítást 7 színnel is.
5. Tegyük fel, hogy a sík pontjait kiszínezte valaki pirosra és zöldre úgy, hogy mindkét színt használta. Mutassuk meg, hogy mindenképpen keletkezett egymástól egységnyi távolságra levő pontpár, melynek egyik tagja piros, a másik zöld! Igaz-e, hogy a sík ilyen kiszínezésekor biztosan található olyan egységoldalú szabályos háromszög, aminek csúcsai egyszínűek?
6. Kiszínezhetők-e az egész számok két színnel úgy, hogy ne létezzen egyszínű végtelen számtani sorozat? Hát mértani?
7. Mutassunk olyan  $(k-1)^2$  pontú gráfot, amelyben nincs sem teljes  $k$ -as sem üres  $k$ -as!

### Házi feladat

1. Igazoljuk, hogy ha egy gráf lerajzolható a síkba legfeljebb egy élkeresztezéssel, akkor 5-listaszínezhető.
2. A Facebook híres Kombi2 Fan Club  $s(s+1)/2$  tagjára az teljesül, hogy bármely hármat kiválasztva, van ezek között legalább kettő, akik ismerik egymást. Mutassuk meg, hogy biztosan van  $s$  olyan Kombi2 Fan tag, akik egymást mindannyian ismerik!