Kombinatorika és gráfelmélet 2.

5. gyakorlat, 2012. március 7.

Összehasonlítás gráfok, ismétlés

1. Van egy csomó kartondobozunk, melyek a G gráf csúcsainak felelnek meg. Két csúcs akkor van összekötve, ha a megfelelő dobozok közül egyik sem rakható a másikba. Igazoljuk, hogy G perfekt.

2. Adott a síkon néhány körvonal, ezekhez rendeljük a következő G gráfot. G csúcsai feleljenek meg egy-egy megadott körvonalnak, és kettő akkor legyen összekötve, ha a két megfelelő körvonal egyike teljesen a másik belsejében halad. Bizonyítsuk be, hogy az így megadott G gráf perfekt.

3. Legyen G egy tetszőleges gráf, csúcsai $v_1, v_2, \ldots, v_n$, és $k \geq 3$. Képezzük a H gráfot úgy, hogy C_k, a k hosszú kör mindegyik csúcsát helyettesítjük G–vel. Pontosabban: H csúcsai v_i^j, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq k$, minden $1 \leq j \leq k$–ra v_i^j és v_l^j össze van kötve H–ban akkor és csak akkor ha v_i és v_l össze van kötve G–ben, és minden $1 \leq j < m \leq k$–ra v_i^j és v_l^m össze van kötve H–ban akkor és csak akkor ha $m = j + 1$ vagy $j = 1$ és $m = k$. Milyen G, k, esetén lesz H perfekt?

4. Legyenek G_1 és G_2 perfekt gráfok, képezzük a G gráfot úgy, hogy G_1 egyik csúcsát helyettesítjük G_2-vel. Pontosabban: G_1 egy v csúcsa helyére betesszük a G_2 gráfot, és G_2 összes csúcsát összekötjük v szomszédaival. Bizonyítsuk be, hogy G perfekt.

5. Adott egy ABC háromszög, és benne n pont. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható $\sqrt[3]{n}$ pont úgy, hogy bármely kettő által meghatározott egyenes a háromszögnek ugyanazt a két oldalát metszi.