

Kombinatorika és gráfelmélet 1.

7. gyakorlat, 2011. március 23.

Gyakorlás

1. Igazoljuk, hogy ha egy gráf lerajzolható a síkba legfeljebb egy élkeresztezéssel, akkor 5-listaszínezhető.
2. Vegyük azokat az intervallumokat, amelyeknek mindkét vége az $1, 2, \dots, n$ számok közül kerül ki ($\binom{n}{2}$ darab). Ezek a gráf csúcsai, és akkor kötünk össze kettőt, ha az egyik bal végpontja ugyanaz mint a másik jobb végpontja. Perfekt-e az így kapott gráf? Mennyi a kromatikus száma?
3. Bizonyítsuk be, hogy egy G gráf akkor és csak akkor perfekt, ha minden H feszített részgráfja tartalmaz olyan független halmazt, mely H minden maximális klikkjét metszi.
4. Az előző feladat segítségével mutassuk meg, hogy a G perfekt gráf minden x pontját egy G_x perfekt gráffal helyettesítve egy perfekt gráfot kapunk.
5. Legyen G egyszerű síkgráf. Mutassuk meg, hogy ekkor a G csúcsai kétszínezhetőek úgy, hogy minden lap tarka legyen.
6. Legyen G háromszögelt síkgráf. Igazoljuk, hogy ekkor a G csúcsai 3-színezhetőek akkor és csak akkor, ha minden csúcs foka páros.