

Kombinatorika és gráfelmélet 2.

6. gyakorlat, 2011. március 16.

Ismétlés

1. Egy gráfot *külsíkgráfnak* nevezünk, ha lerajzolható a síkba az élek kereszteződése nélkül úgy, hogy minden csúcs rajta van az egyik (például a külső) tartomány határán. (a) Legfeljebb hány éle lehet egy külsíkgráfnak? (b) Adjunk a Kuratowski-tételhez hasonló karakterizációt a külsíkgráfokra, azaz adjunk meg egy olyan (véges) \mathcal{F} gráfalmazt, hogy igaz legyen a következő: egy gráf pontosan akkor külsíkgráf, ha nem tartalmaz \mathcal{F} -beli gráffal topologikusan izomorf részgráfot! (c) Legfeljebb mennyi a kromatikus száma egy külsíkgráfnak?
2. Legfeljebb mennyi a perfekt síkgráfok kromatikus száma?
3. Bizonyítsuk be, hogy minden (legalább három csúcsú) síkgráfnak van legalább három olyan csúcsa, amelyeknek a foka kevesebb mint hat.
4. Legyen G egy tetszőleges gráf, csúcsai v_1, v_2, \dots, v_n , és $k \geq 3$. Képezzük a H gráfot úgy, hogy C_k , a k hosszú kör mindegyik csúcsát helyettesítjük G -vel. Pontosabban: H csúcsai v_i^j , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq k$, minden $1 \leq j \leq k$ -ra v_i^j és v_i^{j+1} össze van kötve H -ban akkor és csak akkor ha v_i és v_l össze van kötve G -ben, és minden $1 \leq j < m \leq k$ -ra v_i^j és v_l^m össze van kötve H -ban akkor és csak akkor ha $m = j + 1$ vagy $j = 1$ és $m = k$. Milyen G , k , esetén lesz H perfekt?
5. Legyenek G_1 és G_2 perfekt gráfok, képezzük a G gráfot úgy, hogy G_1 egyik csúcsát helyettesítjük G_2 -vel. Pontosabban: G_1 egy v csúcsa helyére betesszük a G_2 gráfot, és G_2 összes csúcsát összekötjük v szomszédaival. Bizonyítsuk be, hogy G perfekt.
6. Adott egy ABC háromszög, és benne n pont. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható $\sqrt[3]{n}$ pont úgy, hogy bármely kettő által meghatározott egyenes a háromszögnek ugyanazt a két oldalát metszi.