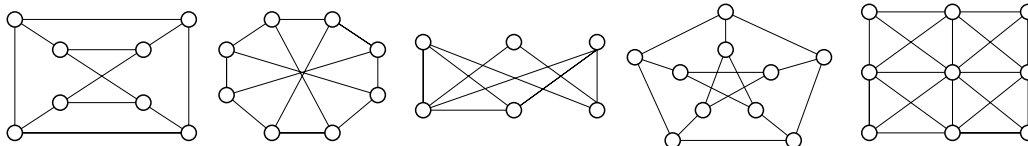


Kombinatorika és gráfelmélet 2.

4. gyakorlat, 2011. március 2.

Kuratowski tétel, Fáry-Wagner tétel, dualitás

1. Síkbarajzolhatók-e a K_6 , $K_{4,2}$, $K_{4,3}$, $K_5 - e$, $K_{3,3} - e$, $\overline{C_7}$ gráfok? Hát az alábbiak?



- Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű síkbarajzolható gráfban
 - a minimális fokszám legfeljebb 5;
 - ha a minimális fokszám 5, akkor legalább 12 ötödfokú pont van.
- Egy gráfban minden pont foka legfeljebb 3, és minden köre legfeljebb 5 hosszú. Mutassuk meg, hogy a gráf síkgráf!
- Mutassuk meg, hogy nem létezik olyan konvex poliéder, aminek minden oldala hatszög.
- Jelölje $cr(G)$ a G gráf síkra való lerajzolásakor létrejövő élkeresztezések lehetséges minimális számát. Mennyi $cr(K_{4,4})$ értéke?
- Bizonyítsuk be hogy $cr(K_{5,5}) \geq 11$.
- Mutassuk meg, hogy a K_6 , és a $K_{4,4}$ gráfok mindegyike tóruszra rajzolható. Bizonyítsuk be, hogy ha G síkbarajzolt gráf, akkor G -be tetszőleges élt behúzva tóruszra rajzolható gráfot kapunk.
- Van-e olyan egyszerű síkbarajzolható gráf, melynek feleannyi csúcsa van, mint a duálisának?
- Bizonyítsuk be, hogy egy 4-reguláris egyszerű páros gráf nem lehet síkbarajzolható!
- Mutassunk olyan síkbarajzolt gráfot, ami nem feltétlenül duálisa a duálisának.
- Mutassunk példát olyan n csúcsú gráfra, aminek exponenciálisan sok különböző duálisa van. Más szóval, létezik olyan N pozitív egész és $c > 1$ konstans, hogy tetszőleges $n > N$ esetén megadható olyan n csúcsú gráf, aminek legalább c^n páronként nem izomorf duálisa van.

Házi feladat.

- Mennyi $cr(K_6)$ értéke?
- Mutassunk olyan 8 pontú gráfot, hogy G és \overline{G} (G komplementere) egyike sem síkbarajzolható.