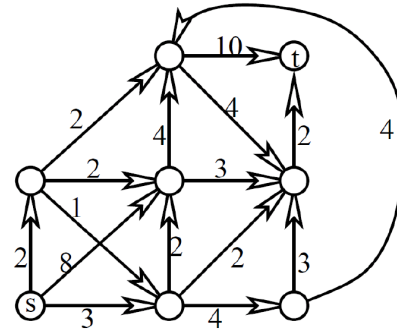
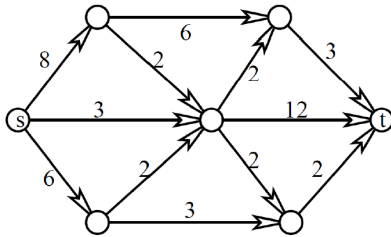


Kombinatorika és gráfelmélet 1.

7. gyakorlat, 2011. október 21.

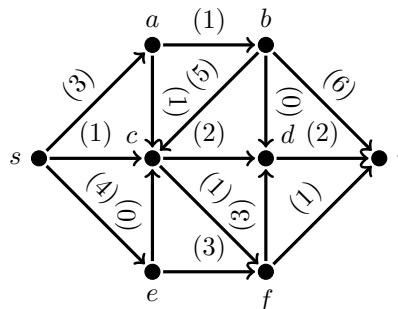
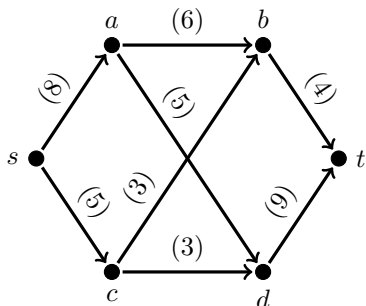
Folyamok

1. Adjunk meg egy-egy maximális folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges.

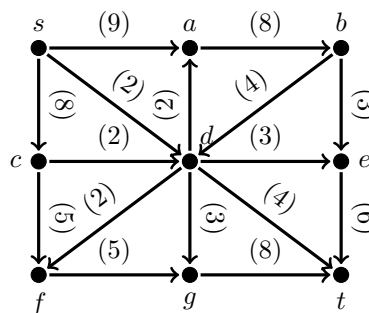
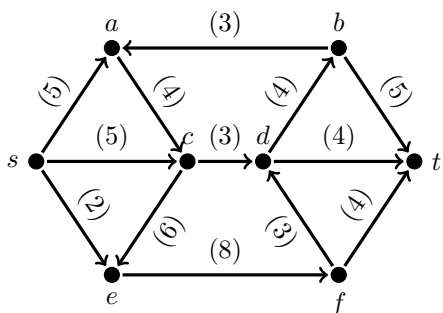


2. a) Az előző feladat hálózataiban válasszuk valamelyik él kapacitását a feltüntetett helyett c -nek, és határozzuk meg, hogyan függ a maximális folyam nagysága a c kapacitás értékétől.
b) Szintén az előző feladat hálózatait tekintve döntsük el, melyik élt kellene a gráfban törölni ahhoz, hogy a létrejövő hálózatban a maximális folyam nagysága a lehető legkisebb legyen.
3. Tegyük fel, hogy a (D, s, t, c) hálózatban az s - t tartalmazó, t -től diszjunkt X és az Y pontthalmazok mindegyike minimális kapacitású st -vágást határoz meg. Mutassuk meg, hogy az $X \cap Y$ és $X \cup Y$ pontthalmazokhoz is minimális kapacitású st -vágás tartozik.
4. Igaz-e, hogy minden hálózatban van olyan e él, amelynek a kapacitását ε -nal csökkentve (ahol $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$) a maximális folyam nagysága is ε -nal csökken?
Igaz-e az, hogy minden hálózatban van olyan e él amihez létezik egy pozitív ε mennyiség úgy, hogy ha e kapacitását ε -nal növeljük (ahol $0 \leq \varepsilon \leq c(e)$), akkor a maximális folyam nagysága is ε -nal növekszik?
Ha a fenti állítások valamelyike nem igaz, akkor hogyan lehet eldönteni egy adott hálózatban, hogy létezik-e olyan él, ami rendelkezik a kérdésben leírt tulajdonsággal?
5. Adott a D irányított gráf valamint D élein a c kapacitásfüggvény. Bizonyítsuk be, hogy ha s, t és w a D olyan csúcsai, hogy létezik D -ben m nagyságú st -folyam és m nagyságú tw folyam is, akkor D -ben létezik m nagyságú sw folyam.
6. Irányítsuk a kocka élhálózatának éleit az s csúcsból az átellenes t csúcs felé. Hogyan kell a kiosztani a 12 él közt 4 db 1-es, 2-es ill. 3-as kapacitást, hogy a kapott hálózatban a maximális folyam nagysága a lehető legnagyobb legyen?

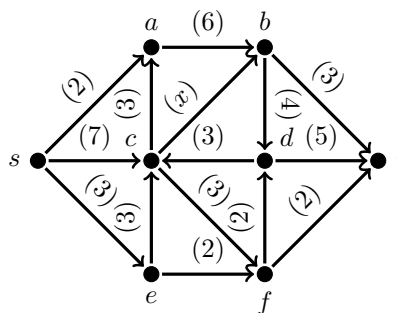
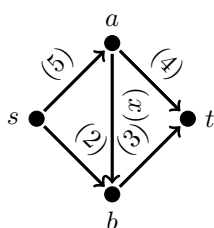
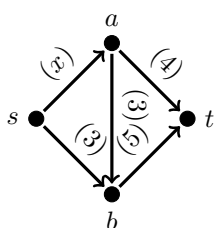
7. Határozzuk meg a maximális folyam értékét az alábbi hálózatokban!



8. Találjuk meg az alábbi hálózatokban a minimális vágást!



9. Határozzuk meg a nemnegatív valós x függvényében a maximális folyam értékét az alábbi hálózatokban!



Házi feladat

Egy (G, s, t, c) hálózatban minden él piros, fehér, vagy zöld. Ha csak a piros és fehér, vagy csak a piros és zöld, vagy csak a fehér és zöld éleket tekintjük, akkor a kapott hálózatokban a maximális folyam nagysága 10. Bizonyítsuk be, hogy a teljes hálózatban a maximális folyam nagysága legalább 15.