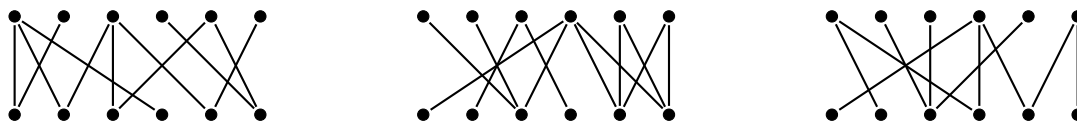


Kombinatorika és gráfelmélet 1.

9. gyakorlat, 2010. november 5.

Hall-tétel, König tétel

1. Határozzuk meg a maximális párosítás méretét az alábbi gráfokban.



- Adott n fiú és n lány úgy, hogy minden fiúnak legfeljebb 1 rokona van a lányok között, és bármely lánynak van olyan fiú, aki nem rokona. Bizonyítsuk be, hogy a fiúk és a lányok párokba rendezhetők úgy, hogy rokonok nem alkotnak párt.
- Bizonyítsuk be, hogy ha a G páros gráf összefüggő és az A osztályában a fokszámok különbözők, akkor G -nek van A -t fedő párosítása.
- A G irányított gráf minden csúcsából k él indul és k él érkezik. Igaz-e, hogy G -nek kiválaszthatók pontdiszjunkt irányított körei, melyek G minden csúcsán áthaladnak?
- Igazoljuk, hogy minden reguláris páros gráfnak van teljes párosítása.
- Legyen G egy olyan egyszerű gráf, amelynek 1000 csúcsa van és minden csúcs fokszáma legalább 6. Igazoljuk, hogy $\nu(G) \geq 6$. ($\nu(G)$ a független élek maximális számát jelöli.)

Házi feladat

- Egy kiránduláson n házaspár vesz részt, és közöttük kellene elosztani $2n$ különböző csokoládét úgy, hogy mindenki egyet kapjon. Tudjuk, hogy minden résztvevő legalább n fajtát szeret a $2n$ -féle csokoládé közül, és az is teljesül, hogy minden csokoládét szereti minden házaspárnak legalább az egyik tagja. Bizonyítsuk be, hogy ekkor kioszthatók úgy a csokoládék, hogy mindenki olyat kapjon, amit szeret.